Biometría

1. Nociones básicas del diseño y análisis de experimentos.
   Amézquita de Quiñones, M.C.

CENTRO INTERNACIONAL DE AGRICULTURA TROPICAL "CIAT"

NOCIONES BASICAS DEL DISEÑO Y ANALISIS DE EXPERIMENTOS

Maria Cristina Amezquita de Quiñones
Unidad de Biometría
CIAT

Mayo 20, 1975.

INTRODUCCION

El propósito de este ciclo de tres conferencias es explicar en una forma fácil y clara:

a) Cuál es el papel de " Biometría " en CIAT

b) Cuál es el proceso a seguir cuando se desea efectuar un experimento

c) Cuál es el uso de la Estadística y la Probabilidad en la experimentación

d) Cuáles son los diseños estadísticos más utilizados en experimentación agrícola y pecuaria

e) Cómo analizar algunos diseños balanceados básicos

Aunque el estudio del Diseño y Análisis de Experimentos conlleva una teoría matemática muy sólida y elegante, no es nuestro deseo profundizar en ella a través de estas conferencias. Más bien, explicaremos cuáles son los diseños básicos que existen, cuándo se pueden usar y cómo se deben analizar.

PRIMERA CONFERENCIA

PAPEL DE BIOMETRICA EN CIAT.-

INTRODUCCION AL ANALISIS ESTADISTICO

1. PAPEL DE BIOMETRIA EN CIAT

Como todos sabemos, CIAT hace experimentación en el campo Agrícola.

Mencionaremos, como ejemplos, algunos experimentos que se llevan a cabo en las distintas áreas:

CULTIVOS	Yuca:	"Efecto de distintas dosis de fertilizantes y de diferentes variedades sobre la producción de Yuca".
	Arroz	
	Fríjol:	"Efecto del virus del Mosaico Común en el rendimiento de 2 variedades: ICA-GUALI e ICA-TUI".
PASTOS Y FORRAJES	Nutrición de Plantas:	"Tolerancia al Aluminio de varios ecotipos de <u>S</u>. <u>capitata</u>.
	Establecimiento:	" Epocas de siembra en <u>A</u>. <u>gayanus</u>".
	Valor Nutritivo:	" Consumo de <u>D</u>. <u>ovalifolium</u> por animales en pastoreo.

Todos los experimentos mencionados son "Aleatorios". Vamos a definir lo que es un "Experimento Aleatorio" en contraste con un "Experimento Determinístico.

Experimento Aleatorio: Es aquel cuyo resultado está sujeto a variaciones no controlables por el experimentador. Ej.: Experimentos biológicos.

Experimento Determinístico: Es aquel cuyo resultado no está sujeto a variaciones no controlables por el experimentador. Ej.: Experimentos físicos.

La Estadística y la Probabilidad ponen a nuestro alcance métodos que nos permiten sacar conclusiones, con cierto margen de error, sobre los resultados de experimentos aleatorios.

Tipos de Error: Dos tipos de error se pueden cometer al sacar conclusiones sobre un experimento aleatorio, a saber:

Error de Tipo I: Rechazar una hipótesis cuando es cierta.

Error de Tipo II: No Rechazar una hipótesis cuando es falsa.

Definamos además α y β como sigue:

α = Probabilidad de cometer error de Tipo I.

β = Probabilidad de cometer error de Tipo II.

4. Diseño del Experimento

El tipo de diseño que se debe utilizar depende de las hipótesis que se deseen probar simultaneamente.

Si por ejemplo, se desea probar solamente la hipótesis H_1, es decir el efecto de un solo factor: del factor "Tipo de Pasto" sobre el aumento de peso del animal, el diseño utilizado será un "Diseño Completamente al Azar", (siempre y cuando exista homogeneidad entre los novillos).

Si se desean probar más de dos hipótesis simultaneamente se utilizarán "Diseños Factoriales".

5. Realización del Experimento

El experimento debe realizarse siguiendo exactamente el diseño planeado.

6. Análisis de los Resultados

Cada diseño se analiza en una forma específica. La técnica usada para datos continuos, es el Análisis de Varianza (ANOVA). Para analizar datos discretos (no contínuos), existen otras técnicas; una de ellas es la prueba CHI-CUADRADO para tablas de contingencia.

Nos concentraremos en la técnica de análisis para datos continuos, es decir en el ANOVA. La forma de realizar los cálculos para el ANOVA depende de si el diseño es "balanceado" o es "no-balanceado".

Un Diseño es Balanceado cuando cada tratamiento se aplica a igual número de unidades experimentales. Es decir, cuando el número de observaciones es igual para cada tratamiento.

Un Diseño es No Balanceado cuando por lo menos un tratamiento se aplica a menos, o a más, unidades experimentales que los demás. Es decir, cuando el número de observaciones no es igual para cada tratamiento.

Las técnicas para realizar el ANOVA para experimentos balanceados siguen patrones convencionales y se explicarán más adelante.

El ANOVA para diseños no-balanceados es más complicado.

Hasta el presente, existen 4 métodos desarrollados por Henderson, uno de los cuales fue adaptado al computador por Walter R. Harvey en 1960 y es - el que utilizamos en Biometría para analizar diseños no balanceados. Desafortunadamente, este método tiene varias restricciones en su aplicación. Por ejemplo:

a) No permite medir interacciones de más de 2 factores

b) No es útil para analizar experimentos de bloques incompletos (parcelas divididas, etc.)

Sin embargo, dada la cantidad de diseños no balanceados que se presentan, sobre todo en experimentos pecuarios, el Método "Harvey" es una herramienta muy útil.

3. Diseños Básicos Utilizados en Experimentación Agrícola y Pecuaria

Vamos a hablar de cada tipo de diseño mediante ejemplos. Tomaremos - un experimento de campo y uno con animales en casi todos los casos. Deseamos dejar en claro cuándo se deben utilizar los diferentes diseños y cuáles son las diferencias básicas entre ellos.

El vocabulario técnico usado se irá explicando a través de los ejemplos.

1.) Diseño Completamente al Azar (de 1 clasificación)

Ej. No. 1: Se desea comparar el rendimiento de 3 variedades de fríjol: variedad 1, variedad 2 y variedad 3. El terreno disponible para la siembra es perfectamente homogéneo.

Entonces, si deseamos que el diseño sea balanceado, debemos dividir el terreno en 3, 6, 9, 12, 15 ..... etc. parcelas, de tal manera que cada variedad se siembre en igual número de parcelas. En este caso, las parcelas son las "Unidades convencional que el diseño balanceado. Este es el único caso en el que el desbalance no presenta complicaciones en el análisis.

2) DISEÑO DE BLOQUES AL AZAR.(de doble clasificación)

Ej. No. 3: Se desea comparar el rendimiento de 3 variedades de frijol: Variedad 1, Variedad 2 y Variedad 3, como en el ejemplo No. 1. Pero el terreno disponible para la siembra no es homogéneo, presenta una zona fértil y una zona estéril.

Un diseño completamente al azar no es aplicable debido a la no homogeneidad del terreno.

Qué se debe hacer entonces? Dividimos el terreno en "Bloques", en este caso un Bloque Fértil y un Bloque Estéril y, para obtener un diseño balanceado, aplicamos todos los tratamientos a cada bloque al azar. Cuál es el número mínimo de unidades experimentales (parcelas, en este caso) necesarias en cada bloque? La respuesta es 3. Es decir, el mínimo número de unidades experimentales en que se debe dividir el terreno, para una replicación, es 6; 3 en cada bloque.

Para 2 replicaciones, necesitaremos 6 unidades por bloque y 12 en total.

Para 7 replicaciones, por ejemplo, necesitaríamos 21 unidades por bloque, es decir 42 unidades experimentales en total.

El cuadro siguiente ilustra la aplicación de las 3 variedades a los bloques, con 1 y 2 Replicaciones.

FERTIL		ESTERIL	
V_3	V_2	V_3	V_1
V_3	V_1	V_2	V_3
V_1	V_2	V_1	V_2

Con 2 Replicaciones

FERTIL	ESTERIL
V_1	V_2
V_3	V_1
V_2	V_3

Con 1 Replicación

Resumamos:

Un diseño de Bloques al Azar se aplica:

Cuando se desea ver el efecto de un solo factor con cualquier número de niveles (En el ejemplo No. 3, "Variedad" con 3 niveles), pero el terreno no es homogéneo; es decir las unidades experimentales se pueden agrupar en "Bloques".

En un Diseño de Bloques al Azar, los tratamientos se deben aplicar a las unidades de cada bloque al azar.

Ej. No. 4: Se desea probar el efecto de 3 dietas alimenticias sobre el aumento de peso de cerdos que provienen de 2 madres distintas.

Se dispone de 9 cerditos por camada.

En este ejemplo el diseño adecuado sería un Diseño de Bloques al Azar con 2 Bloques, 3 tratamientos y 3 Replicaciones, asi:

Un Bloque es una camada.

Un "tratamiento" son las dietas.

La "unidad experimental" es un cerdo

Cada dieta debe aplicarse a 3 cerditos en cada camada, es decir el experimento consta de 3 Replicaciones.

Nótese que el número total de unidades experimentales (cerdos) utilizado en este diseño es 18.

3.) DISEÑO CUADRADO LATINO (Triple Clasificación)

Ej. No. 5: Se desea comparar el rendimiento de 3 variedades de fríjol en 3 tiempos de siembra: Enero, Abril y Julio. El terreno disponible para la siembra presenta 3 zonas bastantes diferenciadas que llamaremos "Fértil", "Semi Fértil" y "Esteril". Además del factor "Variedad", se desea ver el efecto del factor "Tiempo de Siembra".

Entonces se nos presenta un experimento con 3 clasificaciones: "Variedad" con 3 niveles ;

"Tiempo de Siembra" con 3 niveles ;

y " Bloque" con 3 niveles.

Una forma de aplicar los tratamientos a las unidades experimentales es la siguiente, (para 1 Replicación):

	FERTIL	SEMI-FERTIL	ESTERIL
Siembra en Enero	V_1	V_2	V_3
Siembra en Abril	V_3	V_1	V_2
Siembra en Julio	V_2	V_3	V_1

Observaciones: En un Diseño Cuadrado Latino,

i) Debe haber 3 clasificaciones

ii) El número de niveles debe ser igual por cada clasificación

iii) Cada fila (tiempo de siembra) y cada columna (bloques) debe contener todos los tratamientos (variedades) asignados al azar.

Este es un ejemplo de un Diseño Cuadrado Latino de (3 x 3), es decir, consta de 3 filas y 3 columnas, y el número de unidades experimentales para una Replicación es 9.

Si se desean hacer 2 replicaciones, por ejemplo, se deben utilizar 18 unidades experimentales; 6 en cada fila y 6 en cada columna, de tal manera que cada tratamiento se aplique a 2 unidades experimentales de cada fila y 2 de cada columna.

Eje. No. 6: Un ejemplo de un diseño Cuadrado Latino de(4 x 4) en experimentos animales es el siguiente:

Se desea probar el efecto de 4 tipos de suplementación alimenticia en las ganancias de peso de novillo de 4 razas y hay disponibles para efectuar el experimento 4 potreros que difieren en sus condiciones físicas.

Como hay 3 factores (o clasificaciones) cuyo efecto sobre la ganancia de peso de los novillos se desea medir, a saber:

El factor " potrero " con 4 niveles

El factor " raza " con 4 niveles

y el factor " dieta " con 4 niveles ,

el diseño Cuadrado Latino sería el apropiado para utilizar, <u>siempre y cuando al experimentador no le interese medir el efecto de las interacciones de los distintos factores</u>.

<u>NOTA</u>:

Si sí se desea medir el efecto de las interacciones, el diseño apropiado ya no es el Cuadrado Latino sino un " Diseño Factorial " (La explicación de " Diseño Factorial vendrá más adelante).

Utilizando un Diseño Cuadrado Latino de (4 x 4), el número de animales (unidades experimentales) requerido para una replicación del experimento es 16; 4 novillos de cada raza.

Una forma de aplicar las dietas a los animales es la que se ilustra a continuación:

	Raza 1	Raza 2	Raza 3	Raza 4
Potrero 1	D_1	D_2	D_3	D_4
Potrero 2	D_4	D_1	D_2	D_3
Potrero 3	D_3	D_4	D_1	D_2
Potrero 4	D_2	D_3	D_4	D_1

Cada casilla representa una unidad experimental (o sea un novillo)

En esta forma cada uno de los 4 novillos de una misma raza está en un potrero distinto y recibe una dieta distinta. Por ejemplo, de los 4 novillos de la raza 1,

el primero está en el potrero 1 y recibe la dieta 1 ;

el segundo está en el potrero 2 y recibe la dieta 4 ;

el tercero está en el potrero 3 y recibe la dieta 4 ; y

el cuarto está en el potrero 4 y recibe la dieta 2

Si se desean hacer 2, 3, 4,....etc., replicaciones del experimento, el número de novillos necesarios sería 32, 48, 64..... etc. respectivamente.

4.) DISEÑO CUADRADO GRECO-LATINO (de 4 clasificaciones)

Este diseño sigue los mismos patrones que el Diseño Cuadrado Latino, con la diferencia de que se utiliza para medir el efecto de 4 factores con igual número de niveles, en vez de 3. Tampoco sirve para medir interacciones.

Vamos a dar como ejemplo de este diseño un experimento de campo, semejante al ejemplo No. 5 citado anteriormente, pero con un nuevo factor: el factor "Tipo de Fertilizante" a 3 niveles.

Ej. No. 7: Se desea medir el rendimiento de 3 variedades de fríjol: Variedad 1, Variedad 2, Variedad 3, con 3 tipos de fertilizantes, en 3 épocas de siembra: Enero, Abril y Julio. El terreno disponible para la siembra no es homogéneo y puede dividirse en 3 zonas (o bloques): Fértil, Semifertil y Estéril.

Supongamos que no se desee medir el efecto de las distintas interacciones entre los factores por considerarlas intrascendentes.

Con estas condiciones, el diseño apropiado es un Cuadrado Greco-Latino de (3 x 3). El mínimo número de unidades experimentales (parcelas de terreno, en este caso) necesaria para una Replicación es 9.

El gráfico ilustra una forma de aplicar los fertilizantes y las variedades a las unidades experimentales, en una Replicación.

	Fértil	Semi-Fertil	Estéril
Siembra en Enero	V_1F_1	V_2F_3	V_3F_2
Siembra en Abril	V_3F_3	V_1F_2	V_2F_1
Siembra en Julio	V_2F_2	V_3F_1	V_1F_3

V_1, V_2, V_3 = Variedad 1, 2 y 3

F_1, F_2, F_3 = Fertilizante tipo 1, 2 y 3

Cada casilla representa una unidad experimental (parcela de terreno).

En esta forma, cada fila (tiempo de siembra) y cada columna (bloque) recibe todas las variedades y todos los tipos de fertilizante. Además, cada variedad recibe los 3 fertilizantes.

Si se desean hacer 2, 3, 4....etc. replicaciones, se deben usar 18, 27, 36, ... etc. número de unidades experimentales respectivamente. Cada "Replicación" es una Repetición del experimento.

NOTA:

La forma que se ha presentado en estas conferencias de aplicar los tratamientos a las unidades experimentales en los diseños Cuadrado Latino y Cuadrado Greco-Latino, no es única. Otras formas de disposición se pueden consultar en cualquier texto de Diseño Experimental. Nos permitimos citar como referencia el libro "Diseño Experimental" de Cochran y Cox.

5.) DISEÑOS FACTORIALES (de clasificación Múltiple)

Hasta ahora hemos citado diseños experimentales que sirven para medir el efecto de 1, 2, 3 y 4 factores (o clasificaciones). Pero ninguno de ellos nos permiten medir el efecto de las distintas interacciones entre los factores. Los diseños factoriales sí tienen esa ventaja sobre los demás. Además los factores pueden tener cualquier número de niveles.

Entonces, un diseño factorial es utilizado:

i) Cuando se desea ver el efecto de varios factores simultaneamente con cualquier número de niveles por factor, y

ii) Cuando los efectos de las interacciones entre factores son importantes dentro del experimento y por lo tanto se desean medir.

En un diseño factorial, los tratamientos son todas las posibles combinaciones de factores a distintos niveles.

Veamos un caso donde se aconseja usar un diseño factorial. Este es un ejemplo tomado de la investigación que adelantan becarios de Producción Pecuaria en CIAT.

Ej. No. 8: <u>Diseño Factorial (2 x 2 x 4)</u>

Se desea medir la producción de pasto dependiendo de:

a) Tipo de Suelo ——— a 2 niveles
- Suelo No. 3 de Montería
- Suelo No. 6 de Montería

b) Especie ——— a 2 niveles
- Pasto puntero
- Pasto Siratro

c) Tratamiento Mineral del Suelo ——— a 4 niveles
- 40 P y 20 K
- 40 P y 0 K
- 0 P y 20 K
- 0 P y 0 K

Las "unidades experimentales" serán materos.

La productividad del pasto se medirá según la producción de materia seca por matero.

Se cree inicialmente que puede existir interacción entre "Especie" y "tratamiento mineral del suelo", es decir que las dos especies reaccionan en forma distinta ante los 4 tratamientos minerales.

El propósito del experimento es entonces ver si cada uno de los factores ("Tipo de Suelo", "Especie" y "Tratamiento Mineral") ejerce o nó una influencia significativa sobre la productividad del pasto y además ver si la interacción "Especie X Tratamiento Mineral" es significativa.

Los tratamientos son todas las posibles combinaciones de "Tipo de Suelo", "Especie" y "Tratamiento Mineral" a distintos niveles. El número de tratamientos es entonces (2 x 2 x 4) = 16

Número de niveles para "Tipo de Suelo"

Número de niveles para "Especie"

Número de niveles para "Tratamiento Mineral"

Los 16 tratamientos son los siguientes:

Suelo de Montería No. 3 con Puntero con
- 40 P - 20 K (1)
- 40 P - 0 K (2)
- 0 P - 20 K (3)
- 0 P - 0 K (4)

Suelo de Montería No. 3 con Siratro con
- 40 P - 20 K (5)
- 40 P - 0 K (6)
- 0 P - 20 K (7)
- 0 P - 0 K (8)

Suelo de Montería No. 6 con Puntero con
- 40 P - 20 K (9)
- 40 P - 0 K (10)
- 0 P - 20 K (11)
- 0 P - 0 K (12)

Suelo de Montería No. 6 con Siratro con
- 40 P - 20 K (13)
- 40 P - 0 K (14)
- 0 P - 20 K (15)
- 0 P - 0 K (16)

A esto se debe que este diseño Factorial se denomine Factorial (2 x 2 x 4).

Como el número de tratamientos es 16, el mínimo número de unidades experimentales (materos) requerido para una Replicación es 16. Asi, cada tratamiento se aplica a un matero. Si se desea hacer 2 replicaciones debemos usar 32 materos y aplicar cada tratamiento a 2 materos, etc.

6.) DISEÑO DE BLOQUES INCOMPLETOS

Como su nombre lo indica, un Diseño de Bloques Incompletos es aquel en el cual, por problemas de falta de espacio o falta de unidades experimentales, no se pueden aplicar todos los tratamientos a cada bloque, como sería lo ideal.

Los principales Diseños de Bloques Incompletos son:

a)	"Parcelas Sub-Divididas"	(Split - Plots Design)
b)	"Parcelas Sub-Subdivididas"	(Split - Split - Plots Design)
y	"Sub-Sub-Sub-Divididas	(Split - Split - Split Plots Design)
c)	"Bloques Sub-divididos"	(Split - Blocks Design)

Daremos a continuación un ejemplo donde se aplicó un Diseño de Parcelas Sub-Sub-Divididas.

Ej. No. 9: Diseño de Parcelas Sub-Sub-Divididas con 4 Replicaciones "Efecto del Thrips en la producción de yuca".

Se desea ver el efecto que ejerce la plaga Thrips en la producción de 4 variedades de yuca, con y sin aplicación de insecticida , con y sin riego.

Hay 3 factores que afectan la producción de yuca, a saber:

"Variedad" ——— a 4 niveles: V_1, V_2, V_3, V_4

"Insecticida" —— a 2 niveles < con / sin

"Riego" —— a 2 niveles < con / sin

Si quisiéramos utilizar un Diseño Factorial de (4 x 2 x 2) el mínimo número de unidades experimentales para una replicación sería 16. Es decir, deberíamos dividir el terreno en 16 unidades y aplicar a cada unidad, uno de los 16 tratamientos.

Desafortunadamente, se disponía para este experimento de dos terrenos separados y ninguno de ellos era lo suficientemente grande como para dividirse en 16 unidades.

Entonces se hizo lo siguiente: Se dividió cada terreno en 8 unidades; se sembraron en cada terreno las 4 variedades en dos grupos: el primero recibió insecticida y el segundo no. Al primer terreno se le aplicó riego; al otro terreno no, y para lograr las 4 replicaciones, se tomaron 4 observaciones de cada unidad.

La disposición se ve en el gráfico siguiente:

TERRENO 1

CON RIEGO

Con Insecticida	Sin Insecticida
V_1 (4 obs.)	V_1 (4 obs.)
V_2 (4 obs.)	V_2 (4 obs.)
V_3 (4 obs.)	V_3 (4 obs.)
V_4 (4 obs.)	V_4 (4 obs.)

TERRENO 2

SIN RIEGO

Con Insecticida	Sin Insecticida
V_1 (4 Obs.)	V_1 (4 obs.)
V_2 (4 obs.)	V_2 (4 obs.)
V_3 (4 obs.)	V_3 (4 obs.)
V_4 (4 obs.)	V_4 (4 obs.)

Cuáles son aqui los "bloques"? Los 2 terrenos; son bloques incompletos porque no contienen todos los 16 tratamientos; el primer terreno contiene solo 8 tratamientos con Riego y el segundo contiene los 8 tratamientos sin Riego.

Entonces tenemos:

Parcela Principal	:	"Riego" ——— a 2 niveles.	Hay 2 parcelas principales
Sub-Parcela	:	"Insecticida"— a 2 niveles.	Hay 2 sub-parcelas en cada parcela principal
Sub-Sub-Parcela	:	"Variedad"—— a 4 niveles.	Hay 4 sub-sub-parcelas en cada sub-parcela

Inconveniente de los Diseños de Bloques Incompletos:

El efecto del factor que se aplica a las parcelas principales queda confundido con el efecto de bloques.

En el ejemplo anterior, el efecto del factor "Riego" está confundido con el efecto de "Bloque". Por esta razón, al utilizar un diseño de Parcelas Sub-Divididas o sub-sub-divididas, se aconseja aplicar a las parcelas principales el factor menos importante de todos.

NOTA:

En las dos conferencias siguientes veremos cómo se analiza cada uno de los tipos de diseño que han sido presentados hasta el momento.

------o------

SEGUNDA Y TERCERA CONFERENCIAS

ANALISIS ESTADISTICO DE ALGUNOS DISEÑOS BALANCEADOS BASICOS

Como se mencionó anteriormente, las técnicas de Análisis aplicables dependen del tipo de datos que se recolecten.

Hay dos tipos de datos: continuos y discretos.

a) Datos Continuos: son aquellos representados por cualquier número real dentro de un cierto rango. Por ejemplo, el aumento de peso de cada animal al final de cierto tratamiento medido en kg. Entre los datos puede haber números como 20 kg, 20.5 kg, 20.7854 kg, 40.05 kg, etc. en un rango que varia entre 7 y 60 kg digamos.

Otros ejemplos de datos continuos son: altura de un grupo de personas, medida en metros; area folear medida en cm^2; cantidad total de materia seca en kg; etc.

b) Datos discretos: son aquellos que solo pueden representarse por determinados valores dentro de un cierto rango. Generalmente, se representan por números enteros. Por ejemplo: el número de vacas preñadas en cada una de 5 fincas de 60 vacas. Se obtendrían entonces 5 datos, y cada uno puede ser un valor entero entre 0 y 60.

Un grupo de datos para este ejemplo es:

	Finca 1	Finca 2	Finca 3	Finca 4	Finca 5
No. de Vacas Preñadas	20	35	51	12	0
No. de Vacas No Preñadas	40	25	9	48	60
No. total de Vacas	60	60	60	60	60

Obsérvese que en estos datos no puede aparecer un número con decimales por ejemplo: 25.7 vacas preñadas.

7ª Conferencia : Mayo 27/75

CENTRO INTERNACIONAL DE AGRICULTURA TROPICAL "CIAT"

ANALISIS DE ALGUNOS DISEÑOS EXPERIMENTALES BASICOS

Maria Cristina Amézquita

Unidad de Biometría

CIAT

Mayo 27, 1975

Otros ejemplos de datos discretos son: el número de ramificaciones en plantas de yuca; el número de niñas en familias de 5 hijos; el número de "recuperaciones" entre pacientes tratados con distintas drogas; etc.

Nos vamos a concentrar en el análisis de datos continuos. Si se desea comparar dos medias se utiliza la "Prueba T". Si se desean comparar varias medias simultaneamente, se utiliza el Análisis de Varianza (ANOVA).

Asi, la técnica de análisis utilizada para los distintos diseños es el ANOVA.

El ANOVA esencialmente separa la varianza total en componentes de varianza debidos a los distintos factores. Luego analiza cuán importantes son estos componentes de varianza y con base en eso concluye sobre si un determinado factor produjo, o no, un efecto significativo en los resultados; es decir, establece si existe o no una diferencia significativa entre las medias de los distintos niveles del factor.

Cada diseño obedece a un modelo matemático determinado y por lo tanto su ANOVA se realiza en una forma específica. Si el diseño es balanceado, los cómputos necesarios para hacer el Análisis de Varianza se efectúan de acuerdo a patrones convencionales.

A continuación presentamos la forma como se lleva a cabo el Análisis de Varianza para algunos diseños balanceados básicos.

Utilizaremos ejemplos.

1. Diseño Completamente al Azar

Ej. No. 1 Se desea comparar el efecto de 2 tipos de pasto - Brachiaria y Nativo- sobre el aumento de peso en novillos Zebú de 2 años, durante un período de 6 meses.

Se dispone de un grupo homogéneo de 10 novillos (grupo homogéneo en el sentido de que son del mismo sexo y no difieren significativamente en edad, peso, condiciones de manejo, etc.).

Tenemos lo siguiente:

i) Se desea ver el efecto de un factor ,"Tipo de Pasto", a 2 niveles
- Brachiaria
- Nativo

ii) Las unidades experimentales (novillos) son homogéneas.

Por estas 2 razones el diseño apropiado es el Completamente al Azar.

Se separaron al azar los 10 novillos en 2 grupos de 5 dándole a cada grupo un tipo de pasto. Los resultados fueron los siguientes:

Observaciones: Aumento de peso por animal, en kg.

	Grupo 1 Brachiaria	Grupo 2 Nativo
	100	75
	98	70
	95	68
	87	70
	90	62
Total	T_1 = 470	T_2 = 345
Media	$\bar{X}_1$ = 94	$\bar{X}_2$ = 69
Des. Estandar	S_1 = 5.43	S_2 = 4.69
Varianza	S_1^2 = 29.48	S_2^2 = 22

Aumento total de peso = G = 815 kg

Aumento medio de peso = $\bar{\bar{X}}$ = 81.5 kg

El objeto es comparar los aumentos promedio de peso con pasto Brachiaria y con pasto Nativo, es decir, poder responder a la pregunta: Es 94 significativamente mayor que 69? En este caso específico (comparación de 2 medias), te nemos dos alternativas de análisis que son equivalentes: la Prueba T y el Análisis de Varianza para un diseño Completamente al Azar.

a) Prueba T .-

T calculado:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \text{ , donde } S = \sqrt{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

y este " T calculado" sigue la distribución T de student con $(n_1 + n_2 - 2)$ grados de libertad.

Reemplazando los valores de $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, n_1, n_2 y S para calcular T, tenemos:

$$S = \sqrt{\frac{5\ (29.48) + 5\ (22)}{5 + 5 - 2}} = 5.672$$

$$T = \frac{94 - 69}{5.672\sqrt{1/5 + 1/5}} = 6.97$$

El valor del T calculado es mayor en cuanto mayor sea la diferencia entre las dos medias.

T de la Tabla:

(Tabla de la distribución T de student)

T_8 al 5% = 2.306

T_8 al 1% = 3.355

Regla de Decisión:

Si T calculado $>$ T tabla a un nivel de significación α, entonces la diferencia entre las dos medias es significativa a nivel α.

Si T calculado $<$ T tabla a un nivel de significación α, entonces la diferencia entre las dos medias no es significativa a nivel α.

En nuestro ejemplo vemos que la diferencia entre las dos medias (94 y 69) - sí es significativa tanto a nivel del 5% como del 1%. Dicho en otras palabras: en novillos Zebú de 2 años el pasto Brachiaria produce un aumento promedio de peso de 94 kg, que es significativamente superior al producido por el pasto Nativo, 69 kg, y la probabilidad de equivocarnos al afirmar lo anterior es solo de un 1%.

b) Análisis de Varianza para un Diseño Completamente al Azar

Modelo Matemático

$$\boxed{Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}} \quad , \text{con } \alpha_1 + \alpha_2 = 0$$

Y_{ij}: aumento de peso del novillo j-esimo sometido a pasto tipo i

μ: efecto medio

α_i: efecto del pasto tipo i

ε_{ij}: error experimental en la observación del novillo j-esimo sometido a pasto tipo i

$i = 1, 2$

$j = 1, 2, 3, 4, 5$

Hipótesis a probar - H_0: $\alpha_i = 0$ para $i = 1, 2$

Esta hipótesis nos dice que el efecto del tipo de pasto sobre el aumento de peso es nulo.

El ANOVA tiene por objeto probar si esa hipótesis es falsa o nó. Presentamos a continuación la tabla del ANOVA correspondiente a nuestro ejemplo, indicando cómo efectuar los cálculos. Las explicaciones correspondientes a "causas de variación", "g.l.","S.C.", "C.M.","Fcalc." y "F tabla" se pueden extender a los demás diseños.

Causas de Variación	g. l.	S. C.	C. M.	Fcal.	F Tabla
Tipo de Pasto	1	$\left(\frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2}\right) - \frac{G^2}{N}$	S. C. Pasto/1	$\frac{\text{C.M. Pastos}}{\text{C.M. error}}$	$F_{1,8}$
Error	8	por diferencia	S.C. error/8		
Total (corregido para el efecto medio)	9	$\Sigma_{ij} \ Y_{ij}^2 - \frac{G^2}{N}$			

Por "causas de variación" se entienden los distintos factores que influeyen sobre el aumento de peso del novillo. El "Error" es una causa de variación debido a que encierra una serie de factores no controlables por el experimentador, que alteran el aumento de peso de los novillos, (p.e. clima, metabolismo del animal, preferencias, competencia entre animales, etc.).

Por "grados de libertad" (g.l.) se entiende la libertad que se tiene para estimar los distintos efectos. Por ejemplo, para estimar los efectos del tipo de pasto, α_1 y α_2, solo poseemos 1 grado de libertad puesto que $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$. Es decir, podemos estimar libremente uno de los efectos; el otro queda automáticamente determinado pues su suma debe ser cero. En general, si deseamos estimar el efecto de un factor con n niveles y existe la restricción de que la suma de los efectos sea cero, el número de grados de libertad será n-1.

Por "suma de Cuadrados" (S.C.) debida a un cierto factor, se entiende la suma de los cuadrados de las desviaciones de las medias de ese factor con respecto a la media general. Asi, la S.C. debida al tipo de pasto es:

La Suma de Cuadrados del error, que normalmente se obtiene por diferencia, también se puede calcular como $\sum_{i,j,r}(X_{ijr}-\bar{X}_{ij})^2$, (desviación de cada observación con respecto a la media de celda) y estima la varianza pura. (sin efectos de tratamiento).

S. C. Pastos $= n_1 (\overline{X}_1 - \overline{X})^2 + n_2 (\overline{X}_2 - \overline{X})$

$= 5 (94 - 81.5)^2 + 5 (69 - 81.5)^2$

$= 1562.50$

S. C. Total $= (Y_{11} - \overline{X})^2 + (Y_{12} - \overline{X})^2 + \ldots + (Y_{25} - \overline{X})^2$

$= (100 - 81.5)^2 + (98 - 81.5)^2 + (95 - 81.5)^2 + \ldots + (62-81.5)^2$

$= 1768.50$

Se puede comprobar numéricamente que las siguientes expresiones son iguales:

S. C. Pastos $= n_1 (\overline{X}_1 - \overline{X})^2 + n_2 (\overline{X}_2 - \overline{X})^2 = \left(\frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2}\right) - \frac{G^2}{N}$

y S. C. Total $= (Y_{11} - \overline{X})^2 + \ldots + (Y_{25} - \overline{X})^2 = \Sigma Y_{ij}^2 - \frac{G^2}{N}$.

donde: T_1 = total para pasto tipo 1

T_2 = total para pasto tipo 2

G = gran total

N = número total de novillos

n_1 = número de novillos que reciben pasto tipo 1

n_2 = número de novillos que reciben pasto tipo 2

La expresión $\frac{G^2}{N}$ se denomina " factor de corrección ".

Por "Cuadrado Medio " (C.M.) se entiende el cociente $\frac{S.C.}{g.l.}$. En diseños balanceados los C.M. son estimativos insesgados de los componentes de varianza debidos a los distintos factores.

Asi: C. M.(Pastos) es un estimativo de la varianza del aumento de peso debida al tipo de pasto; llamémosla σ^2- pasto.

Es decir C.M.(Pasto) estima σ^2- Pasto (varianza debida a Pastos)

C.M.(error) estima σ^2 (varianza total)

La F Calculada " (F calc.) es un cociente de Cuadrados Medios, donde el denominador es siempre el C.M. error.

Ej.: La F calc. para tipo de pasto $= \frac{\text{C. M. Pastos}}{\text{C. M. Error}}$

La F calc. estima el cociente $\frac{\sigma^2\text{-Pastos}}{\sigma^2}$, y sigue la distribución F con 1 g.l. para el numerador y 8 g.l. para el denominador.

Es de esperar que σ^2-Pastos $> \sigma^2$, *si el efecto debido a Pastos se cree significativo*

Si el cociente $\frac{\sigma^2\text{-Pastos}}{\sigma^2}$, estimado por F calc., es "grande", el efecto debido a "tipo de pastos" es significativo.

Si el cociente es "pequeño", el efecto debido a "tipo de pastos" no es significativo.

La medida de lo "grande" o "pequeño" que sea este cociente lo dá la "F de la Tabla".

Regla de Decisión : Si F calc. $\geq$ F tabla a nivel α , entonces se rechaza la hipótesis H_0 a este nivel. Esto significa que el efecto *del* factor es significativo a nivel α . Es decir existe una diferencia significativa entre las medias de los distintos niveles del factor.

Si F calc. $<$ F tabla a nivel α , entonces no se puede rechazar la hipótesis H_0 a este nivel. Esto significa que el efecto del factor no es significativo a nivel α . Es decir, no existe diferencia entre las medias de los distintos niveles del factor.

Como podemos apreciar, el ANOVA concluye sobre si existen o no diferencias entre medias mediante análisis de componentes de varianza.

Daremos en seguida la tabla del ANOVA correspondiente a nuestro ejemplo No. 1, con valores numéricos.

$$\text{S.C. Total} = (100^2 + 98^2 + 95^2 + \ldots + 62^2) - \frac{815^2}{10} = 68191.00 - 62422.50 = 1768.50$$

$$\text{S.C. Pastos} = \left(\frac{470^2}{5} + \frac{345^2}{5}\right) - \frac{815^2}{10} = 67985.00 - 62422.50 = 1562.50$$

$$\text{S.C. Error} = \text{S.C. Total} - \text{S.C. Pastos} = 1768.50 - 1562.50 = 206.00$$

TABLA ANOVA

Causas de Variación	g. l.	S.C.	C.M.	F calc.	F Tabla 5%	F Tabla 1%	
Tipo de Pasto	1	1562.50	1562.50	60.68	5.32	11.26	**
Error	8	206.00	25.75				
Total	9	1768.50					

Como F calc. > F tabla tanto a nivel del 5% como del 1%, entonces se rechaza la hipótesis H_0 ($\alpha_i = 0 \quad i = 1,2$) con una probabilidad de error de solo 1%.

Es decir el efecto de tipo de pasto es significativo a un nivel del 1% (por eso aparecen dos asteriscos en la tabla en frente del factor tipo de pasto).

Esto implica que el aumento promedio de peso debido a pasto Brachiaria es significativamente mayor que el debido a pasto Nativo.

2. DISEÑO DE BLOQUES AL AZAR

Ej. No. 2: Se desea comparar el efecto de 3 dietas alimenticias sobre la ganancia por peso de un grupo de 24 novillos, en un año. 12 de los novillos estarán en una finca con condiciones mínimas de manejo; los otros 12 en otra finca con mejores condiciones de manejo.

Tenemos lo siguiente: Se desean ver los efectos de:

Factor "Dieta" a 3 niveles: Dieta 1, Dieta 2, Dieta 3

"Bloques" a 2 niveles: Finca 1 (Condiciones mínimas de manejo), Finca 2 (Mejores condiciones de manejo)

En estas condiciones el diseño apropiado es el de Bloques al Azar. Como el mínimo número de novillos que debemos tomar de cada finca para una replicación del experimento es 3, y tenemos 12, podemos utilizar 4 novillos para cada tratamiento para un Diseño de Bloques al Azar balanceado. La distribución de los animales será la siguiente:

	FINCA 1 (Bloque 1)	FINCA 2 (Bloque 2)
Dieta 1	4 Novillos	4 Novillos
Dieta 2	4 Novillos	4 Novillos
Dieta 3	4 Novillos	4 Novillos

Observaciones: Ganancia de peso por novillo, en kg.

Número de observaciones : 24

Número de novillos en cada bloque = 12

Número de novillos en cada dieta = 8

Número de novillos en cada replicación = 6

ANALISIS DE VARIANZA PARA UN DISEÑO DE BLOQUES AL AZAR

Modelo Matemático

$$\boxed{Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}} \quad , \text{ con } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$$
$$\text{y} \quad \beta_1 + \beta_2 = 0$$

Ganancia de peso de K-ésimo novillo que recibe la dieta i en la finca j

Efecto medio

Efecto de la dieta i

Efecto de la finca j

Error experimental en la observación del novillo K-esimo que recibe la dieta i en la finca j

donde $i = 1, 2, 3$

$j = 1, 2$

$k = 1, 2, 3, 4$

Hipótesis a Probar:

a) $H_1 : \alpha_i = 0$ para $i = 1, 2, 3$

b) $H_2 : \beta_j = 0$ para $j = 1, 2$

La hipótesis H_1 nos dice que el efecto de la Dieta sobre la ganancia de peso es nulo. Es decir, no existe diferencia entre las dietas con respecto a la ganancia de peso obtenida en novillos. La hipótesis H_2 nos dice que el efecto de la Finca es nulo, o sea que la ganancia de peso es sensiblemente igual en cualquiera de las dos fincas.

El Análisis de Varianza lleva al experimentador a rechazar, o no, estas dos hipótesis.

Presentamos a continuación la tabla del ANOVA correspondiente a nuestro ejemplo No. 2, indicando cómo efectuar los cálculos.

No se dará, en este caso, la tabla del ANOVA con valores numéricos.

La interpretación de "Causas de Variación" , "Grados de Libertad" , "Suma de Cuadrados" , "F calculada" y "F tabla" es la misma que se dió para el ANOVA correspondiente al Diseño Completamente al Azar.

TABLA DEL ANOVA

Causas de Variación	g.l.	S. C.	C. M.	F calc.	F TABLA 5%	F TABLA 1%
Dietas	2	$\left(\frac{D_1^2}{8}+\frac{D_2^2}{8}+\frac{D_3^2}{8}\right) - \frac{G^2}{24}$	S.C.Dietas/2	$\frac{\text{C.M.Dietas}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2,20}$	$F_{2,20}$
Bloques (Fincas)	1	$\left(\frac{F_1^2}{12} + \frac{F_2^2}{12}\right) - \frac{G^2}{24}$	S.C.Bloques/1	$\frac{\text{C.M.Bloques}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{1,10}$	$F_{1,10}$
Error	20	por diferencia	S.C.Error/20			
Total	23	$\Sigma_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - \frac{G^2}{24}$				

donde D_1, D_2, D_3 = totales para Dietas 1, 2 y 3 respectivamente

F_1, F_2 = totales para fincas 1 y 2 respectivamente

G = gran total

24 = número total de unidades experimentales (novillos)

8 = número de unidades experimentales por Dieta

12 = número de unidades experimentales por Finca

ΣY_{ijk}^2 = suma total de cuadrados

$F_{2,20}$ al 5% y al 1% = valores encontrados en la tabla de la distribución F con 2 grados de libertad para el numerador y 20 para el denominador, para niveles del 5% y del 1% respectivamente.

$F_{1,20}$ al 5% y al 1% = Valores encontrados en la tabla de la distribución F con 1 grado de libertad para el numerador y 20 para el denominador, para niveles del 5% y del 1% respectivamente.

Regla de Decisión :

Para Dietas: Si F calc. $\geqslant F_{2,20}$ a nivel α, se rechaza la hipótesis H_1 a ese nivel. Es decir, sí existen diferencias significativas entre las dietas.

Si F calc. $< F_{2,20}$ a nivel α, no se puede rechazar H_1 a ese nivel. Es decir, no existen diferencias entre las dietas.

Para Bloques: Si F calc. $\geqslant F_{1,20}$ a nivel α, se rechaza H_2 a ese nivel. Es decir, sí existen diferencias entre los bloques (fincas).

Si F calc. $< F_{1,20}$ a nivel α, no se puede rechazar H_2 a ese nivel. Es decir, no existe diferencia significativa entre los bloques.

--- o ---

3. DISEÑO CUADRADO LATINO

Eje. No. 3: Se desea comparar el efecto de 6 soluciones químicas sobre el sentido del olfato del embrión de ave.

Las soluciones son A = aire, B = acetato de amil, C = dicloroetano, D = cetona, E = ácido fórmico y F = cloroformo

Se cree que el orden en que se aplican las soluciones al embrión influye en su efecto. Es decir que, por ejemplo, el embrión reacciona diferentemente al aplicarle primero aire y luego ácido fórmico que si se le aplica primero cloroformo y luego ácido fórmico.

Una forma de medir la respuesta del embrión a las soluciones qüimicas es determinando la rapidez con que late su corazón.

Asi, se observará para cada embrión el número de latidos de su corazón por unidad de tiempo. Por razones de manejo, se desea utilizar para este experimento el menor número posible de embriones.

Dado que tenemos 6 soluciones y 6 "órdenes de aplicación", el diseño que nos permite medir estos efectos con el menor número posible de embriones es Un Diseño Cuadrado Latino de (6 x 6).

Necesitamos entonces 6 embriones.

Una forma de aplicar las soluciones a los embriones para un Cuadrado Latino de (6 x 6) es la siguiente:

	1^o Orden de Apl.	2^o Orden de Apl.	3^o Orden de Apl.	4^o Orden de Apl.	5^o Orden de Apl.	6^o Orden de Apl.
Embrión 1	A	C	B	E	F	D
Embrión 2	B	D	C	F	A	E
Embrión 3	C	E	D	A	B	F
Embrión 4	D	F	E	B	C	A
Embrión 5	E	A	F	C	D	B
Embrión 6	F	B	A	D	E	C

Nótese que cada embrión recibe las 6 soluciones en los 6 órdenes distintos; y cada "órden de aplicación" consta de las 6 soluciones. Tenemos entonces 3 clasificaciones o factores:

Clasificación de fila : "Embrion" con 6 niveles (Embriones 1 al 6)

Clasificación de columna : "Orden de Aplicación" con 6 niveles (Ordenes 1 a 6)

Tratamientos : "Solución" con 6 niveles (A,B,C,D,E,F)

Con este diseño no se pueden estimar los efectos de interacción entre los distintos factores, debido al reducido número de unidades experimentales.

Los resultados de este experimento fueron los siguientes:

NUMERO DE LATIDOS DEL CORAZON POR UNIDAD DE TIEMPO

	1° Orden de Apl.	2° Orden de Apl.	3° Orden de Apl.	4° Orden de Apl.	5° Orden de Apl.	6° Orden de Apl.	Total para Embr.	Media
Embrión 1	12.75	10.26	11.92	11.53	11.67	10.23	68.36	11.39
Embrión 2	12.35	11.37	11.07	12.21	11.88	11.34	70.22	11.70
Embrión 3	10.43	10.08	10.11	13.24	9.35	10.06	63.27	10.55
Embrión 4	11.87	13.41	11.78	12.61	12.11	12.39	74.17	12.36
Embrión 5	10.59	10.93	10.43	10.68	10.53	10.56	63.72	10.62
Embrión 6	14.45	10.33	10.05	9.94	12.46	10.52	67.75	11.29
Totales por Orden de Aplicación	72.44	66.38	65.36	70.21	68.00	65.10	407.49	
Medias	12.07	11.06	10.89	11.70	11.33	10.85		

	A	B	C	D	E	F
Totales para las soluciones	71.24	67.12	65.07	64.05	67.78	72.23
Medias para las soluciones	11.87	11.19	11.18	10.67	11.30	12.04

ANALISIS DE VARIANZA PARA UN DISEÑO CUADRADO LATINO

Modelo Matemático :

$$\boxed{Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \psi_k + \varepsilon_{ijk}}, \text{ con } \sum_{i=1}^{6}\alpha_i = \sum_{j=1}^{6}\beta_j = \sum_{K=1}^{6}\psi_K = 0$$

- Y_{ijk}: Número de latidos del corazón del embrión K-ésimo con la solución i en la orden j.
- μ: Efecto Medio.
- α_i: Efecto de solución.
- β_j: Efecto del j-esimo orden de aplicaci
- ψ_k: Efecto en embrión k.
- ε_{ijk}: Error experimental.

donde $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Hipótesis a probar:

a) $H_1 : \alpha_i = 0$ para $i = 1, 2, \ldots, 6$

b) $H_2 : \beta_j = 0$ para $j = 1, 2, \ldots, 6$

c) $H_3 : \psi_k = 0$ para $k = 1, 2, \ldots, 6$

Las hipótesis H_1, H_2, H_3 nos dicen respectivamente que el efecto debido a las soluciones, el efecto debido a los órdenes de aplicación y el efecto debido a los embriones, son nulos. El ANOVA tiene por objeto rechazar o no estas hipótesis.

A continuación presentaremos la tabla del ANOVA correspondiente a nuestro ejemplo, indicando cómo efectuar los cálculos. Seguidamente mostraremos la tabla final del ANOVA y daremos su interpretación.

TABLA DEL ANOVA

Causas de Variación	g. l.	S. C.	C. M.	F.calc.	F Tabla 5% →	F Tabla 1% →
Soluciones	5	$\frac{1}{6}\left(S_2^1 + \ldots + S_6^2\right) - \frac{G^2}{36}$	$\frac{\text{S.C. Sol.}}{5}$	$\frac{\text{C.M. Sol.}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{5,20}$	$F_{5,20}$
Ordenes de Aplicación	5	$\frac{1}{6}\left(O_1^2+O_2^2+\ldots+O_6^2\right) - \frac{G^2}{36}$	$\frac{\text{S.C. Ord.}}{5}$	$\frac{\text{C.M. Ord.}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{5,20}$	$F_{5,20}$
Embriones	5	$\frac{1}{6}\left(E_1^2+E_2^2+\ldots+E_6^2\right) - \frac{G^2}{36}$	$\frac{\text{S.C. Emb.}}{5}$	$\frac{\text{C.M. Emb.}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{5,20}$	$F_{5,20}$
Error	20	por diferencia	$\frac{\text{S.C.Error}}{20}$			
Total	35	$\Sigma Y_{ijk}^2 - \frac{G^2}{36}$				

donde $S_1, S_2, \ldots, S_6$ = Totales para las soluciones A, B, C, D, E y F respectivamente

$O_1, O_2, \ldots, O_6$ = Totales para las 6 Ordenes de Aplicación

$E_1, E_2, \ldots, E_6$ = Totales para cada embrión

TABLA DEL ANOVA (resultados finales)

Causas de Variación	g. l.	S. C.	C. M.	F cal.	F Tabla 5%	F Tabla 1%
Soluciones	5	8.89	1.78	2.00	2.71	4.10
Ordenes de Aplicación	5	7.09	1.42	1.59	2.71	4.10
Embriones	5	13.97	2.79	3.13	2.71	4.10 *
Error	20	17.75	0.89			
Total	35	47.70				

A partir de este Análisis de Varianza podemos concluir que:

La diferencia entre las Soluciones no es significativa.

La diferencia entre los "órdenes de Aplicación" no es significativa.

Existen diferencias entre los embriones, a un nivel del 5% de significancia.

4. DISEÑO CUADRADO GRECO-LATINO

Con objeto de explicar cómo se analiza este tipo de diseño, utilizaremos como ejemplo el No. 7 de la primera conferencia, que corresponde a un Diseño Cuadrado Greco Latino de (3 x 3).

No se efectuarán cálculos numéricos en esta ocasión.

Ej. No. 4: Se desea comparar el rendimiento de 3 variedades de fríjol, con 3 tipos de fertilizante en 3 tiempos de siembra. El terreno disponible presenta 3 zonas bien marcadas: Fértil, Semi-fértil y Estéril.

No se desea medir el efecto de interacciones.

Para medir el rendimiento, se toma el peso seco del grano a la cosecha en cada parcela. Se harán 2 mediciones por parcela.

La disposición de los tratamientos a las unidades experimentales es como se ve en la figura:

	Fértil	Semi-fértil	Estéril
Siembra en Enero	V_1 F_1	V_2 F_3	V_3 F_2
Siembra en Abril	V_3 F_3	V_1 F_2	V_2 F_1
Siembra en Julio	V_2 F_2	V_3 F_1	V_1 F_3

Cada casilla representa una unidad experimental (parcela, en este ejemplo).

Por consiguiente, nuestro diseño consta de 9 unidades experimentales. Se tomarán 2 mediciones del peso seco del grano a la cosecha por parcela; es decir, tendremos un total de 18 observaciones.

Como el número mínimo de unidades para una Replicación es 9, el número mínimo de mediciones necesarias es 9; hemos tomado 18 mediciones lo cual nos permite hacer 2 replicaciones del experimento. (El efecto debido a "Replicación" no tiene sentido ser medido).

Entonces tenemos cuatro clasificaciones, cada una con igual número de niveles:

1a. Clasificación: "Variedad" a 3 niveles — V_1, V_2, V_3

2a. Clasificación: "Tipo de fertilizante" a 3 niveles — F_1, F_2, F_3

3a. Clasificación: "Tipo de siembra" a 3 niveles — Enero, Abril, Julio

4a. Clasificación: "Bloques" a 3 niveles — Fértil, Semi-Fertil, Estéril

ANALISIS DE VARIANZA PARA UN DISEÑO GRECO-LATINO

Modelo Matemático:

$$\boxed{Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \psi_k + \delta_r + \varepsilon_{ijkr}} \quad , \text{ con } \Sigma\alpha_i = \Sigma\beta_j = \Sigma\psi_k = \Sigma\delta_r = 0$$

- Peso seco del grano de la parcela correspondiente a la Variedad i sembrada en el tiempo K con el fertilizante j y en el bloque r.
- Efecto medio
- Efecto de la variedad i.
- Efecto del fertilizante j.
- Efecto del tiempo de siembra k.
- Efecto del bloque r.
- Error experimental.

donde $i = 1, 2, 3$

$j = 1, 2, 3$

$k = 1, 2, 3$

$r = 1, 2, 3$

Hipótesis a Probar

a) $H_1 : \alpha_i = 0$ para $i = 1, 2, 3$

b) $H_2 : \beta_j = 0$ para $j = 1, 2, 3$

c) $H_3 : \psi_k = 0$ para $k = 1, 2, 3$

d) $H_4 : \delta_r = 0$ para $r = 1, 2, 3$

Las hipotesis H_1, H_2, H_3, y H_4 nos dicen respectivamente que el efecto debido a las variedades, el efecto debido a los distintos tipos de fertilizante, el efecto debido a los tiempos de siembra y el efecto de bloque son nulos.

El ANOVA tiene por objeto rechazar o no estas hipótesis.

A continuación presentamos la tabla del Análisis de Varianza, indicando cómo efectuar los cálculos.

TABLA DEL ANOVA

Causas de Variación	g.l.	S. C.	C. M.	F calc.	F tabla 5%	F tabla 1%
Variedades	2	$\frac{1}{6}\left(V_1^2+V_2^2+V_3^2\right)-\frac{G^2}{18}$	$\frac{\text{S.C.Variedades}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Variedad}}{\text{C.M. Error}}$	$F_{2,9}$	$F_{2,9}$
Fertilizantes	2	$\frac{1}{6}\left(F_1^2+F_2^2+F_3^2\right)-\frac{G^2}{18}$	$\frac{\text{S.C.Fertilizante}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Fertiliz.}}{\text{C.M. Error}}$	$F_{2,9}$	$F_{2,9}$
Tiempo de siembra	2	$\frac{1}{6}\left(T_1^2+T_2^2+T_3^2\right)-\frac{G^2}{18}$	$\frac{\text{S.C. Tiempos}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Tiempos}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2,9}$	$F_{2,9}$
Bloques	2	$\frac{1}{6}\left(B_1^2+B_2^2+T_3^2\right)-\frac{G^2}{18}$	$\frac{\text{S.C. Bloques}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Bloques}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2\ 9}$	$F_{2\ 9}$
Error	9	por diferencia				
Total	17	$\Sigma Y_{ijk}^2 - \frac{\ ^2}{18}$				

donde V_1, V_2, V_3 = Totales para las variedades 1, 2 y 3 respectivamente

F_1, F_2, F_3 = Totales para los fertilizantes tipos 1, 2 y 3

T_1, T_2, T_3 = Totales para Enero, Abril y Julio respectivamente

B_1, B_2, B_3 = Totales para los bloques 1, 2 y 3

Regla de Decisión.-

Prueba para Variedades: Si F calc. $\geq$ F tabla a nivel α, el efecto debido a las variedades es significativo a ese nivel. Es decir, existe diferencia en el rendimiento de las 3 variedades. Rechazamos la hipótesis H_1.

Si F calc. $<$ F TAbla a nivel α, el efecto debido a las variedades no es significativo. Es decir, no existen diferencias entre los rendimientos de las 3 variedades. No podemos rechazar la hipótesis H_1.

Prueba para Fertilizantes: (sigue la misma regla de decisión)

Prueba para Tiempo de Siembra: (sigue la misma regla de decisión)

Prueba para Bloques: (sigue la misma regla de decisión)

--- o ---

5. DISEÑOS FACTORIALES

Ej. No. 5: En un experimento que dura 6 meses, se desea comparar el aumento de peso de terneros de 4 meses de edad en 3 tipos distintos de pradera (Pará, Pará con Stylosante y Stylosante) que reciben, o nada de concentrado o 1 kg. de concentrado diario por animal. Se desea además medir el efecto de la interacción Pradera x Concentrado; es decir, ver cual es el resultado de dar o nó concentrado con cada tipo de pasto.

La situación es la siguiente: Deseamos ver el efecto de 2 factores:

Factor "Pradera" ———— con 3 niveles < Pará / Pará con Stylosante / Stylosante

Factor "Nivel de Concentrado"— con 2 niveles < 0 kg. diarios/animal / 1 kg. diario/animal

y de su interacción "Pradera x Concentrado".

El diseño más apropiado es entonces un Factorial.

Nuestro ejemplo corresponde a un Factorial (3 x 2). Es decir, consta de 2 factores con 3 y 2 niveles respectivamente y un total de 6 tratamientos (las 6 posibles combinaciones de praderas con Concentrado).

Para lograr un diseño balanceado debemos utilizar el mismo número de terneros para todos los tratamientos.

La disposición de los tratamientos puede ser como sigue:

	PARA	PARA CON STYLOSANTE	STYLOSANTE
0 kg. Concentrado	6 Terneros	6 Terneros	6 Terneros
1 kg. Concentrado	6 Terneros	6 Terneros	6 Terneros

Se utilizaron 6 terneros por tratamiento. Para efectos del análisis, con 2 terneros por tratamiento bastaría, como se explicará mas adelante. Pero se correría el riesgo de no tener estimaciones muy exactas. Entre más número de unidades experimentales sean utilizadas por tratamiento, más confiables serán los resultados obtenidos, pues se disminuye el error debido a la Variabilidad intrínseca del animal.

ANALISIS DE VARIANZA PARA UN DISEÑO FACTORIAL

Modelo Matemático :

$$\boxed{Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}} \quad , \text{ con } \sum_{i=1}^{3}\alpha_i = \sum_{j=1}^{2}\beta_j = 0 \text{ y } \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{2}(\alpha\beta)_{ij} = 0$$

Y_{ijk}: Ganancia de peso del ternero k-ésimo que recibe nivel de concentrado j en la pradera i .

μ: Efecto medio .

α_i: Efecto del tipo de pradera i .

β_j: Efecto del nivel de concentrado j .

$(\alpha\beta)_{ij}$: Efecto de la pradera i con el nivel de concentrado j .

ε_{ijk}: Error experimental .

donde:

i = 1, 2, 3

j = 1, 2

Hipótesis a Probar :

a) H_1 : $\alpha_i = 0$ para $i = 1, 2, 3$

b) H_2 : $\beta_j = 0$ para $j = 1, 2$

c) H_3 : $(\alpha\beta)_{ij} = 0$ para $i = 1, 2, 3$ y $j = 1, 2$

(La hipótesis H_3 nos dice que el efecto de interacción es nulo)

A continuación presentaremos la tabla del Análisis de Varianza correspondiente a nuestro ejemplo No. 5, indicando cómo efectuar los cálculos.

TABLA DEL ANOVA

Causas de Variación	g.l.	S. C.	C. M.	F calc.	F tabla 5%	F tabla 1%
Pradera	2	$\frac{1}{12}\left(P_1^2+P_2^2+P_3^2\right)-\frac{G^2}{36}$	$\frac{\text{S.C.Pradera}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Pradera}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2,30}$	$F_{2,30}$
Concentrado	1	$\frac{1}{18}\left(C_1^2+C_2^2\right)-\frac{G^2}{36}$	$\frac{\text{S.C.Concent.}}{1}$	$\frac{\text{C.M.Concent}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2,30}$	$F_{2,30}$
Pradera x Concentrado	2	$\frac{1}{6}\left(P_1C_1^2+P_1C_2^2+P_2C_1^2+\ldots+P_3C_2^2\right)-\left(\text{S.C.Pradera}\right)-\left(\text{S.C.Concentrado}\right)-\frac{G^2}{36}$.	$\frac{\text{S.C.Pradera x Concentrado}}{2}$	$\frac{\text{C.M.Pradera x Concentrado}}{\text{C.M.Error}}$	$F_{2,30}$	$F_{2,30}$
Error	30	por diferencia	$\frac{\text{S.C.Error}}{30}$			
Total	35	$\sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - \frac{G^2}{36}$				

donde P_1 , P_2 , P_3 = totales para las praderas

C_1 , C_2 = totales para 0 kg. de concentrado y para 1 kg. respectivamente

P_1C_1 , P_1C_2 , .. P_3C_2 = totales para los terneros que están
en Pradera 1 con 0 kg de concentrado,
en Pradera 1 con 1 kg de concentrado,
en Pradera 2 con 0 kg de concentrado,
en Pradera 2 con 1 kg de concentrado,
en Pradera 3 con 0 kg de concentrado,
y en Pradera 3 con 1 kg de concentrado respectivamente

G = Gran total.

El número de grados de libertad para "Pradera" y "Concentrado" es 2 y 1 respectivamente, debido a que las restricciones del modelo, $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0$ y $\beta_1 + \beta_2 = 0$, nos dejan solo con 2 estimaciones libres para los α's, y una para los β's.

Este punto de los grados de libertad ya lo habíamos tratado al principio de la 2a. Conferencia, con el análisis del Diseño "Completamente al Azar".

El número de grados de libertad para la interacción "Pradera x Concentrado" también se rige por la restricción $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} (\alpha\beta)_{ij} = 0$. Se obtiene, multiplicando los grados de libertad del primer factor por los grados de libertad del segundo factor: O sea $2 \times 1 = 2$.

Regla de Decisión:

Es la misma de los diseños explicados anteriormente. Es decir: Si F calc. $\geq$ F tabla a nivel α para cierto factor, entonces el efecto de ese factor es significativo a nivel α, es decir, existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los distintos niveles del factor.

Si F calc. $<$ F tabla a nivel α para cierto factor, el efecto de ese factor no es significativo sobre la variable observada.

NOTA: Obsérvese que si hubiéramos utilizado 2 terneros por tratamiento, el análisis sí sería factible de realizar pero dejaría muy pocos grados de libertad para el error.

Con 1 solo ternero por tratamiento, no se podría efectuar el análisis; habría que sacrificar la estimación del efecto de la interacción por ejemplo. La distribución de los grados de libertad en los dos casos se ve a continuación:

Con 1 Ternero por Tratamiento

Causas de Variación	g. l.
Pradera	2
Concentrado	1
Pradera x Concentrado	2
Error	0
Total	5

Con 2 Terneros por Tratamiento

Causas de Variación	g. l.
Pradera	2
Concentrado	1
Pradera x Concentrado	2
Error	6
Total	11

___ o ___

6. DISEÑOS DE BLOQUES INCOMPLETOS

a) Parcelas Sub-divididas

b) Parcelas Sub-sub-divididas

c) Bloques sub-divididos

d) Diseños de Lattice

NOTA: El análisis de estos diseños se encuentran ampliamente desarrollado en los libros de Little and Hill y de Cochran and Cox mencionados en las Referencias.

Presentaremos aquí un ejemplo de un diseño de Parcelas Sub-divididas con su recpectivo Análisis de Varianza.

Ej. No. 6. Diseño de Parcelas Sub-Divididas

Se desea comparar el efecto de 4 tipos de abono sobre la producción de yuca, con y sin aplicación de riego.

Debido a que los aplicadores de riego al girar pueden cubrir un área mayor de la deseada, no es aconsejable, para efecto de exactitud en los resultados de un experimento, utilizar dos terrenos contiguos, uno para ser regado y el otro no.

Analicemos la situación:

a) Se desea medir el efecto de 2 factores sobre la producción de yuca:

El factor "Riego" .... a 2 niveles
- Con Riego
- Sin Riego

El factor "Tipo de Abono" — a 4 niveles
- Abono 1
- Abono 2
- Abono 3
- Abono 4

La interacción "Riego x Tipo de Abono" es importante.

b) El número de tratamientos es 8 o sea que el número mínimo de unidades experimentales necesarias es 8: 4 unidades con riego y 4 sin riego.

c) Pero no podemos aplicar los 8 tratamientos a unidades experimentales de un mismo terreno, debido al problema del riego. Qué hacer ?

Como vemos, se trata de un factorial (2 x 4) con um problema: no se pueden aplicar los 8 tratamientos a un mismo terreno.

La solución la dá el Diseño de Parcela Sub-divididas:

Se deben tomar 2 lotes separados; aplicar riego a uno de ellos pero al otro no y dividir cada lote en 4, 8, 12, 16, etc. unidades (dependiendo del número de replicaciones que se desee hacer) que recibirán un tipo de abono - cada una.

Para efectos del análisis del diseño es necesario hacer varias replicaciones: por lo menos 2.

Supongamos que para nuestro ejemplo específico se hicieron 2 replicaciones.

La disposición de los tratamientos a las unidades experimentales es como - sigue:

LOTE 1

(con riego)

Repl. 1	Repl. 2
A_3	A_1
A_1	A_4
A_4	A_2
A_2	A_3

LOTE 2

(sin riego)

Repl. 1	Repl. 2
A_3	A_2
A_2	A_4
A_4	A_1
A_1	A_3

Cada lote se considera como un bloque incompleto pues ninguno contiene todos los tratamientos. Nótese que en esta forma el efecto de Riego queda confundido con el efecto de Bloque.

El número de unidades experimentales utilizadas en el experimento es 16.

En este diseño las unidades experimentales (parcelas), se clasifican en 2 grupos:

"Parcelas Principales" - los 2 bloques.

y "Sub-parcelas" - las subdivisiones de las Parcelas Principales.

En nuestro experimento tenemos lo siguiente:

2 Replicaciones

2 Parcelas Principañes: las correspondientes a las 2 niveles de "Riego"

4 Sub-parcelas en cada parcela principal: las correspondientes a los 2 niveles de "Abono"

<u>Observaciones:</u>

a) En un Diseño de Parcelas Sub-divididas se sacrifica la exactitud en la estimación del efecto del factor aplicado a "Parcelas Principales": Riego en este caso. Esto se debe a que el efecto del factor queda <u>confundido</u> con el efecto de bloques.

b) Debido a la anterior observación, el factor que se aplica a Parcelas Principales debe ser el <u>menos importante</u>.

c) El efecto del factor aplicado a Sub-parcelas ("Abono" en nuestro ejemplo), tanto como el efecto de la interacción ("Abono x Riego") sí son perfectamente estimables.

d) Hay dos tipos de error experimental: error entre parcelas principales (Error A) y error entre Sub-parcelas (Error B).

donde	R_1 , R_2	= totales para las replicaciones 1 y 2 respectivamente
	P_1 , P_2	= totales para las Parcelas Principales 1 y 2
	S_1, S_2, S_3, S_4	= totales para las Sub-parcelas 1, 2, 3 y 4 respectivamente
	P_1R_1, P_1R_2, P_2R_1, P_2R_2	= totales para: Parcela Principal 1 en la 1a. Replicación Parcela Principal 2 en la 2a. Replicación etc.
	P_1S_1, P_1S_2, P_1S_3,...P_2S_3	= totales para: Sub-parcela 1 dentro de la Parcela Principal 1 Sub-parcela 2 dentro de la Parcela Principal 1 etc.
		= Gran total

Es importante notar que la F calculada para "Replicación" y la F calculada para "Parcela Principal " tienen como denominador el Cuadrado Medio del Error A (C.M.Error A). Asi como la F calculada para "Sub-parcela" y la F calculada para la interacción "Parcela Principal x Sub-parcela" tienen como denominador el Cuadrado Medio del Error B (C.M. Error B).

Esto se debe a que las variaciones debidas a "Replicación" y a "Parcelas Principales" deben ser comparadas con la variación experimental entre Parcelas Principales y las variaciones debidas a "Sub-parcela" y a "Sub-parcela x Parcela Principal" deben ser comparadas con la variación experimental entre Sub-parcelas.

Regla de Decisión:

Es la misma que se ha explicado en todos los diseños anteriores.

---- / ----

REFERENCIAS

1. Little, Thomas M. and Hills, F. Jackson. "Statistical Methods in Agricultural Research". Cultural Extension. University of California.

2. Cochran, William G. y Cox, Gertrude M. "Diseños Experimentales". Editorial F. Trillas, Mexico.

3. Snedecor, G.W. "Métodos Estadísticos Aplicados a la Investigación Agrícola y Biológica". Compañia Editorial Continental, Mexico.

4. Ching Chun Li. "Introducción a la Estadística Experimental". Ediciones Omega S.A. Barcelona.

5. Ostle, Bernard. "Estadística Aplicada". Editorial Limusa-Wiley, S.A. Mexico.

6. Kempthorne, William. "Experimental Design". Editorial Wiley and Sons. New York.

7. Steel, Robert G.D. and Torrie, James H. "Principles and Procedures of Statistics". McGraw-Hill Book Company, Inc. New York.

R E F E R E N C I A S

1. Little, Thomas M. and Hills, F. Jackson.
"Statistical Methods in Agricultural Research"
Cultural Extension. University of California.

2. Cochran, William G. y Cox, Gertrude M.
"Diseños Experimentales". Editorial F. Trillas.
Méjico.

3. Snedecor, G. W.
"Métodos Estadísticos aplicados a la investigación Agrícola y Biológica".
Compañía Editorial Continental.
Méjico.

para transformaciones
Poisson → $\sqrt{x} \sim N$
Binomial → $\operatorname{sen}^{-1}\sqrt{\frac{x}{N}}$

4. Ching Chun Li.
"Introducción a la Estadística Experimental"
Ediciones Omega S. A.
Barcelona.

5. Ostle, Bernard.
"Estadística Aplicada". Editorial Limusa - Wiley, S. A.
Méjico.

6. Kempthorne, William.
"Experimental Design". Editorial Wiley and Sons.
New York.

7. Steel, Robert G. D. and Torrie, James H.
"Principles and Procedures of Statistics".
Mc Graw - Hill Book Company, Inc.
New York.