

 **CIAT**  
**64264**  
COLECCION HISTORICA

ALGUNOS MODELOS ECONOMICOS PARA SITUACIONES  
DE RIESGO Y DE INCERTIDUMBRE - EL CASO DEL

NITROGENO

Por

Carlos A. Flor M.  
Asociado de Investigación  
del Programa de Suelos

y

Per Pinstруп-Andersen  
Economista Agrícola

8475



7823

CENTRO INTERNACIONAL DE AGRICULTURA TROPICAL

1971

Preparado para el Segundo Coloquio de Suelos, Palmira,  
Agosto 29 a Septiembre 3, 1971

SERVICIOS REFERENCIALES Y BIBLIOGRAFICOS

En todas las actividades humanas frecuentemente se tiene que tomar decisiones. En ocasiones existe una certidumbre razonable acerca del resultado de una decisión. Otras veces ocurre lo contrario: el resultado de una decisión es incierto.

En el caso del nitrógeno, el agricultor debe considerar tres factores claves al tomar una decisión sobre la cantidad que va a usar: (1) La respuesta al nitrógeno o sea la relación entre la cantidad de nitrógeno aplicada y la producción obtenida, relación frecuentemente llamada "función de producción"; (2) el costo del nitrógeno y (3) el precio del producto.

Si el agricultor pudiera tener un conocimiento perfecto de los tres factores citados, su decisión sería fácil: Si el costo de una cantidad adicional de nitrógeno es menos que el valor del producto adicional obtenido, entonces aplica la cantidad; si este costo es mayor, no la aplica.

Sin embargo, el agricultor está muy lejos de ese conocimiento perfecto sobre los tres factores mencionados: lo más frecuente es que él tenga que decidir en un "ambiente incierto", en donde sus decisiones referidas a los factores de la producción que se denominan "controlables" tales como la clase, cantidad, época y método de aplicación del nitrógeno y de los otros nutrientes, fecha de siembra, clase y cantidad de riego, etc., son tomados teniendo en cuenta otros factores de la producción que él no puede controlar y que en el mejor de los casos solo puede prever, el clima por ejemplo.

La situación anterior frecuentemente se describe de una forma general así:

$Y = f$  (fertilización, fecha de siembra, población, ..... ) dada una ecología inmodificable.

en donde

Y = Rendimiento

f = función de

La obtención de la mejor función que represente a f constituye uno de los campos en donde mas intensamente se concentra el esfuerzo de los investigadores. Ejemplo de ello son las funciones polinomiales, las funciones exponenciales como la ecuación de Mitscherlich y las funciones potenciales como la función Cobb-Douglas.

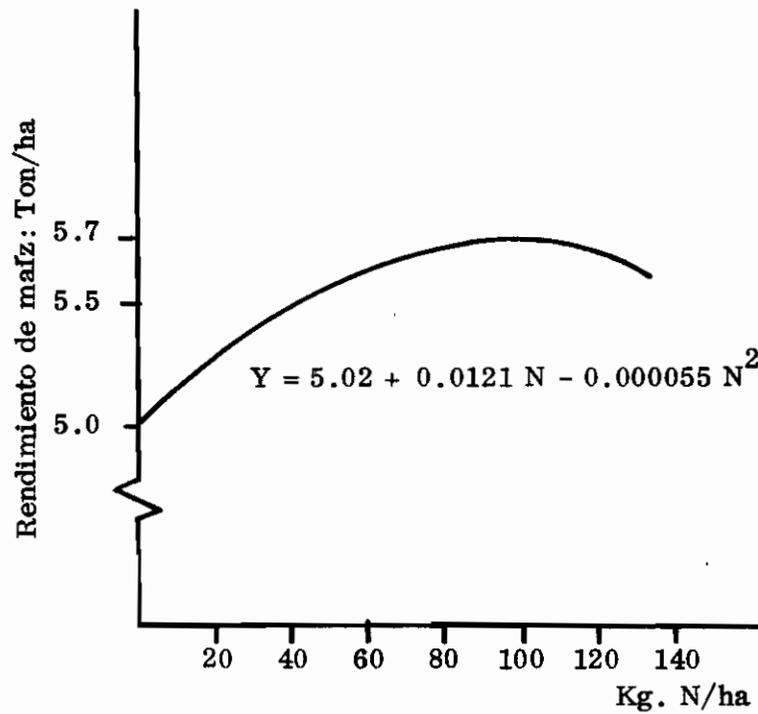
Es usual, sin embargo, que los modelos que se proponen para el estudio de la relación factor-rendimiento, tiendan a presentar como característica común, una relativa facilidad de manejo tanto para su ajustado como para su derivación, dando por aceptada la hipótesis sobre la veracidad del modelo. Alejándose un poco de esta relativa facilidad, hay un reciente interés por las funciones polinomiales con exponentes fraccionarios.

En el análisis tradicional - análisis marginal - se supone un perfecto conocimiento. El propósito del presente trabajo es mostrar algunos modelos alternativos al análisis marginal que se puedan aplicar bajo condiciones de riesgo e incertidumbre.

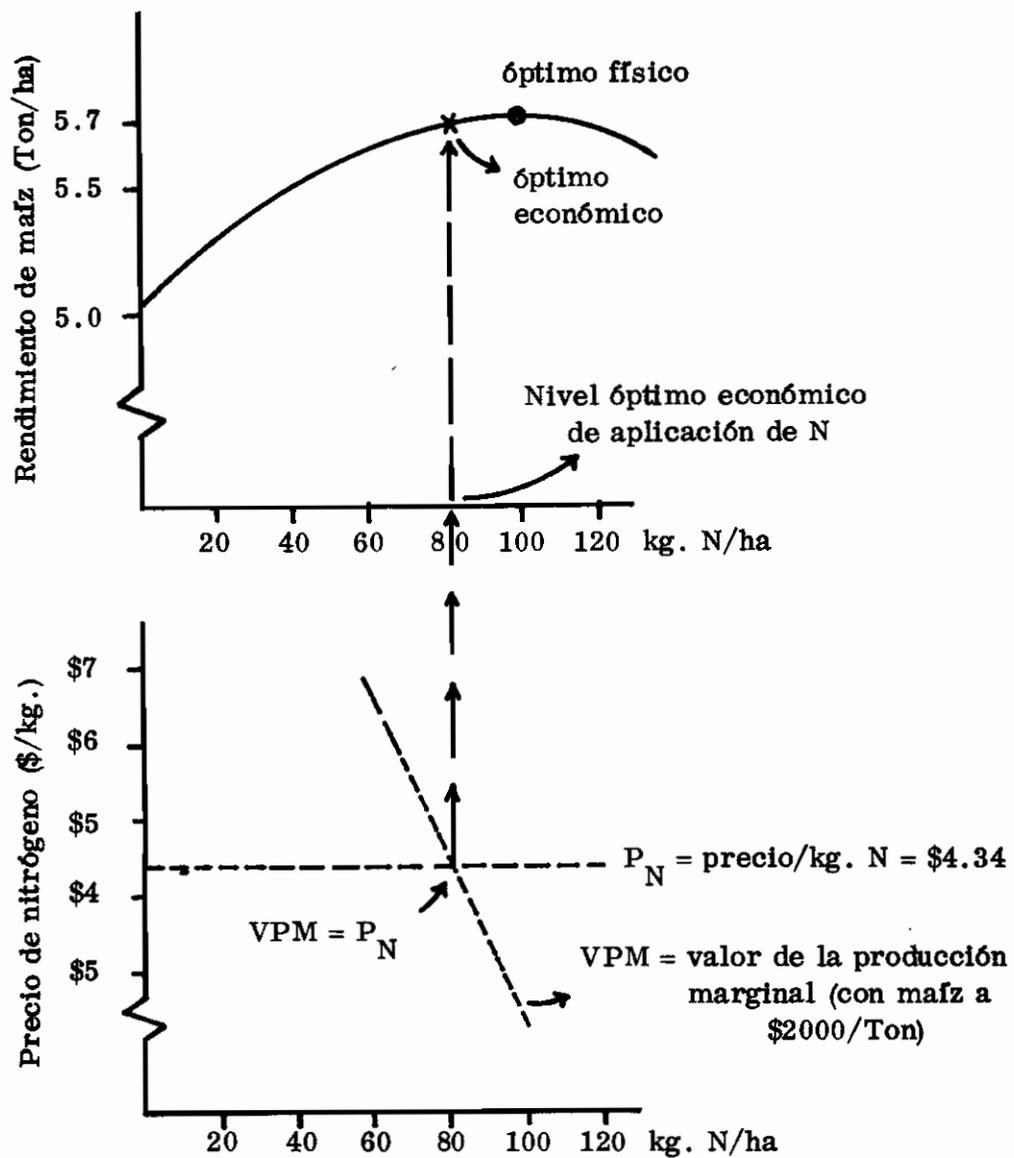
### El análisis marginal

La gráfica 1 indica una función de producción que fue calculada con base en experimentos sobre nitrógeno en la parte plana del Valle del Cauca, y bajo la hipótesis de que los datos se ajustaban a un modelo dado, - el polinomio de segundo grado en una variable -.

A partir de las funciones de producción ó curvas de respuesta, es posible estimar el óptimo económico, bajo precios dados. La gráfica 2 indica cómo se puede estimar este óptimo económico, siguiendo el procedimiento del análisis marginal.



Gráfica 1. Función de producción que muestra la respuesta del maíz a la aplicación de nitrógeno. (Flor M., C.A. Respuesta del maíz a la aplicación de fertilizantes en los suelos de las regiones sur y central del valle del río Cauca. Universidad Nacional, Palmira. Tesis de grado, 1965).



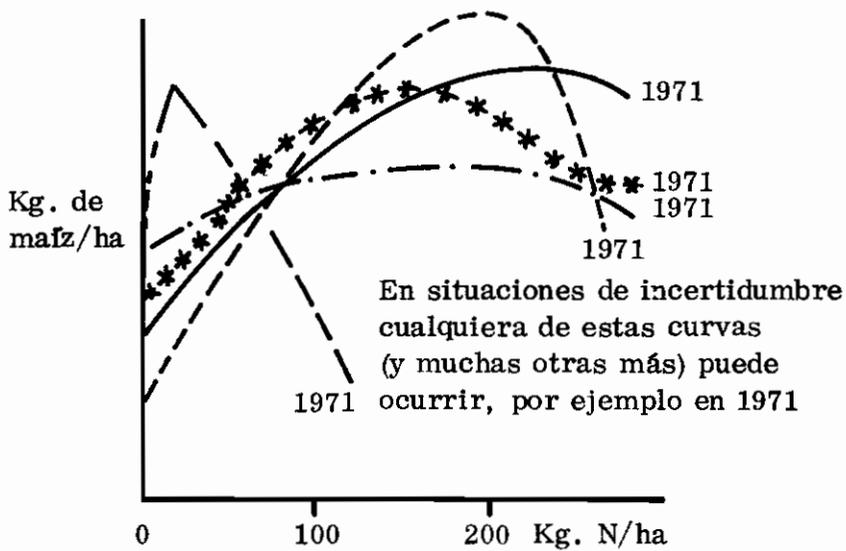
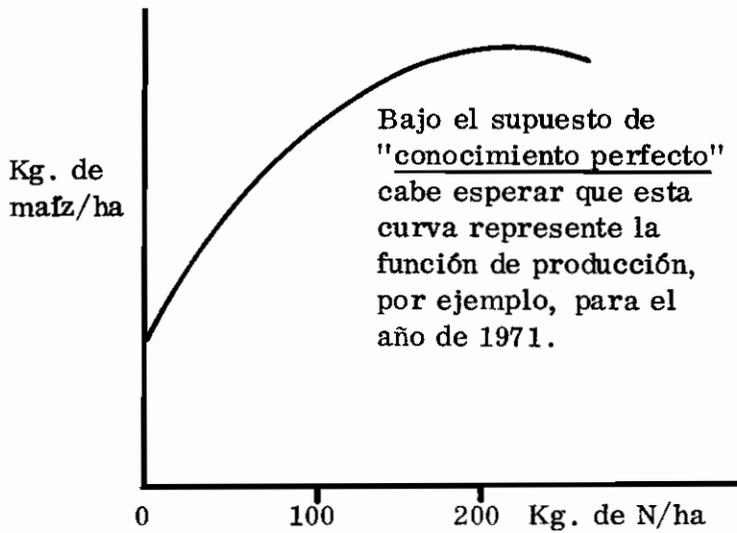
Gráfica 2. Aplicación del análisis marginal para la determinación del óptimo económico de aplicación de Nitrógeno. (Flor M., C.A. - Respuesta del maíz a la aplicación de fertilizantes en los suelos de las regiones sur y central del valle del río Cauca. Universidad Nacional, Palmira, 1965).

El amplio uso que tienen las funciones de producción, para la estimación de niveles óptimos económicos de los factores de la producción, es una evidencia de los buenos resultados que ellas proporcionan. Sin embargo, al aplicar las funciones de producción, debe tenerse en cuenta:

1. Para los mismos datos experimentales, el ajustado de distintos modelos estadísticos, conduce a la obtención de niveles óptimos diferentes.
2. Las funciones de producción cuando descansan en el supuesto del conocimiento perfecto acerca de los resultados de la aplicación de los factores de la producción controlables, pueden dar lugar a severas fallas cuando el conocimiento es menos que perfecto, es decir cuando hay situaciones de riesgo e incertidumbre (ver gráfica 3). Por ejemplo, en Puebla-Mexico se ha encontrado que los niveles óptimos del nitrógeno han variado de 0 a 200 kg/ha., en los años 1968 y 1969, señalándose que la variación en el régimen de lluvias ha sido la causa fundamental de la variación, en estos óptimos.

Por lo tanto, aunque pudiese ajustarse a los datos de un experimento sobre nitrógeno en maíz, el modelo estadístico que representase con fidelidad la relación nitrógeno-rendimiento de maíz, quedaria la duda acerca de si dicho modelo puede extrapolarse en el tiempo con confianza; esto es, ¿puede aplicarse con confianza a las próximas siembras el nivel óptimo económico de nitrógeno, estimado a partir del modelo estadístico que se ajustó a los datos experimentales? ¿Se puede aplicar este nivel óptimo económico dentro de cinco años? ¿Dentro de 10 años?

Es indudable que existe "riesgo" al hacer esta extrapolación en el tiempo. También es indudable que el nivel óptimo económico estimado



Gráfica 3. Ejemplo de situaciones de conocimiento perfecto y de conocimiento imperfecto (Riesgo e incertidumbre). Las funciones de producción dibujadas son hipotéticas y son utilizadas sólomente en vía de ejemplo.

tendrá una perfecta validez si se repiten todas las condiciones que afectaron el experimento que sirvió de fuente de datos. Por el contrario, pueden cometerse graves errores si estas condiciones resultan diferentes.

### Riesgo e incertidumbre

Las situaciones de riesgo y de incertidumbre son inherentes a las actividades agrícolas: fenómenos climáticos como lluvia, vientos y heladas; ataques de insectos y hongos; políticas de precios, de crédito, de importación, - son entre otras -, fuentes de riesgo y de incertidumbre. Si la variabilidad atribuible a todas estas fuentes de riesgo y de incertidumbre es reducida, la función de producción se constituye en un modelo que con fidelidad relaciona el rendimiento con los factores agronómicos modificables de la producción. Cuando esto no ocurre, o sea cuando esta variabilidad es alta, el proceso de toma de decisiones puede racionalizarse recurriendo a otros modelos alternativos de decisión, tales como los modelos de Teoría de juegos y el modelo de Bayes.

### La Teoría de juegos

La Teoría de juegos, es una parte de las matemáticas que se relaciona con el estudio de las situaciones que ocurren en los llamados "juegos de azar". Aplicada esta teoría a problemas agrícolas ha resultado una formulación especial de ella, formulación que básicamente presenta al agricultor como un "jugador" que se enfrenta a otro jugador, que no es consciente ni le interesa ganar el juego, jugador denominado "naturaleza".

Las jugadas del jugador "agricultor" están representadas por todos los factores de la producción que el agricultor puede controlar: fecha de siembra, clase de semilla, clase, cantidad, método y época de fertilización, densidad de población, riegos, labores de cultivo, etc. Las jugadas del



jugador "naturaleza" están representadas por todos los factores de la producción que el agricultor no puede controlar: lluvias, sequía, heladas, granizo, huracanes.

La gráfica 4 representa el esquema teórico de un juego "Agricultor" vs. "Naturaleza". Es razonable aceptar que para plantear una situación de juego "ideal", se requeriría incorporar en las jugadas del agricultor todos los factores controlables de la producción, y en las jugadas de la naturaleza, todos los factores incontrolables. También es razonable aceptar que esta situación es la "ideal", puesto que desde un punto de vista práctico, bastaría identificar los ambientes modificable e inmodificable más relevantes. Así, si en una cierta región son importantes el nitrógeno, el fósforo, la densidad de población y el fenómeno de sequía, los tres primeros factores pueden constituir las jugadas del agricultor, en tanto que las jugadas de la naturaleza se establecerían en términos de sequía.

En el esquema de juego, a cada par de jugadas, una por parte del agricultor y otra por parte de la naturaleza, corresponde un "pago o premio". El conjunto de pagos constituye lo que se llama "matriz de pagos". Cada pago o elemento de la matriz, representa el ingreso neto obtenido para cada par de jugadas.

Obtenida la matriz de pagos existen distintos criterios de juego, criterios mediante los cuales se "toma la decisión". En la gráfica 5, mediante un ejemplo sencillo se ilustran dos criterios de juego.

#### El modelo de Bayes

Desde el punto de vista de conocimiento, la situación de los juegos contra la naturaleza es de absoluta incertidumbre. Si se abandona esta

		Jugador "N A T U R A L E Z A"			
		lluvia 1 <100 mm	lluvia 2 100-200 mm	lluvia 3 200-300 mm	lluvia 4 >300 mm
Jugador "AGRICULTOR"	1 N <sub>0</sub>	pago 11	pago 12	pago 13	pago 14
	2 N <sub>50</sub>	pago 21	pago 22	pago 23	pago 24
	3 N <sub>100</sub>	pago 31	pago 32	pago 33	pago 34
	4 N <sub>150</sub>	pago 41	pago 42	pago 43	pago 44
	5 N <sub>200</sub>	pago 51	pago 52	pago 53	pago 54
	6 N <sub>250</sub>	pago 61	pago 62	pago 63	pago 64

Gráfica 4. Esquema de un juego "AGRICULTOR vs. NATURALEZA": Se han establecido cuatro jugadas de la naturaleza (o sea cuatro cantidades de lluvia) y por otra parte, el agricultor dispone de seis jugadas definidas en términos de nitrógeno.

		Jugador "N A T U R A L E Z A"				Mínimos pagos
		<u>jugada # 1</u> <100 mm de lluvia	<u>jugada # 2</u> 100 a 200 mm de lluv.	<u>jugada # 3</u> 200 a 300 mm de lluv.	<u>jugada # 4</u> >300 mm de lluvia	
Jugador "AGRICULTOR"	(1) N <sub>0</sub>	2	2	2	3	2*
	(2) N <sub>50</sub>	1	3	5	9	1
	(3) N <sub>100</sub>	0	4	7	9	0
	(4) N <sub>150</sub>	-2	5	9	14	-2
	(5) N <sub>200</sub>	-5	1	10	8	-5

Gráfica 5. Aplicación de dos criterios de juego: a) Un jugador definitivamente optimista jugaría (4), jugada a la que corresponde el máximo pago de \$14; b) Un jugador que siga el criterio de Wald - que es un criterio de Teoría de juegos -, jugaría (1), jugada a la que corresponde el máximo de los mínimos pagos.

exigencia o si el agricultor dispone de un sistema de predicción de probabilidades, entonces las probabilidades entran a desempeñar un papel esencial en la Teoría de la decisión. Un nuevo modelo de decisión, conocido como "modelo probabilístico de Bayes" o "modelo de Bayes" es el utilizado en este caso.

La calidad de la información requerida por el modelo de Bayes es superior a la de la requerida por los modelos de Teoría de juegos. Esta calidad está dada por la incorporación del conocimiento probabilístico. Las probabilidades a que se hace referencia en el modelo de Bayes, se refieren a las probabilidades de las jugadas de la naturaleza y deben ser probabilidades frecuenciales o estadísticas.

La gráfica 6 representa el esquema de juego para el caso del modelo bayesiano. Las jugadas del agricultor están definidas en términos de nitrógeno (N); las jugadas de la naturaleza se han establecido con base al fenómeno de lluvia. Las probabilidades de lluvia se han estimado mediante un modelo de predicción de lluvias, tal como el modelo de predicción que se basa en la función gama incompleta.

La regla de decisión para el modelo de Bayes, está dada en los términos de "decidirse por aquella jugada que tenga la mayor esperanza matemática". Por lo tanto, esta jugada "maximiza los ingresos esperados del agricultor", cuando este juega con la naturaleza a largo plazo ó en un juego que se repite muchas veces (por ej. muchas siembras: 1971, 1972, 1973 ..... 1990).

El concepto de esperanza matemática es clave para la aplicación del modelo bayesiano: él, introduce en los modelos de toma de decisiones una información de mayor calidad, como es la de la estimación estadística de

		Jugador "N A T U R A L E Z A"				Esperanza matemática
		lluvia 1 <100 mm $p_1 = 0.10$	lluvia 2 100-200 mm $p_2 = 0.15$	lluvia 3 200-300 mm $p_3 = 0.25$	lluvia 4 >300 mm $p_4 = 0.50$	
Jugador "AGRICULTOR"	N <sub>0</sub>	2	2	2	3	2.5
	N <sub>50</sub>	1	3	5	9	6.3
	N <sub>100</sub>	0	4	7	9	6.9
	N <sub>150</sub>	-2	5	9	14	9.8
	N <sub>200</sub>	-5	1	10	8	6.2

Gráfica 6. Esquema del modelo de Bayes:  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ ,  $p_4$  son las probabilidades de las jugadas de la naturaleza, tales que  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1.00$ . La mayor esperanza matemática es \$9.8 y corresponde a la jugada N<sub>150</sub>, jugada que a largo plazo es la que maximiza los ingresos del agricultor.

las probabilidades. Claramente, cuanto mejor sea el método de estimación de las probabilidades de las jugadas o estados de la naturaleza, mayor confianza se podrá tener en las recomendaciones o líneas de acción sugeridas por el modelo de Bayes.

#### Comentario final

Dentro de los modelos de Toma de decisiones brevemente analizados, sobresale el modelo de Bayes; la calidad de las recomendaciones sugeridas por este modelo dependerá de la cantidad y de la calidad de la información con que se lo alimente. Sin embargo, no puede negarse que es el modelo que en situaciones de riesgo e incertidumbre describe con mayor fidelidad el ambiente modificable e inmodificable de interés, sin olvidar que para situaciones en donde la función de producción describe con certeza la relación entre factores controlables y rendimiento, el análisis marginal es el método que con confianza señala la línea de acción a seguir.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

- Agrawal, R.C. and E.O. Heady. 1968. Applications of game theory models in agriculture. Journal of Agricultural Economics, Vol. XIX, No. 2, 207-218 p.
- Fortet, R. 1965. Opiniones modernas sobre los fundamentos del cálculo de probabilidades. En "Las grandes corrientes del pensamiento matemático", editado por Francois LeLionnais. Eudeba Editorial Universitaria, Buenos Aires, 2a. Edición, 219-227 p.
- Flor M, C.A. 1965. Respuesta del maíz a la aplicación de fertilizantes en los suelos de las regiones sur y central del Valle del río Cauca. Tesis de grado, Universidad Nacional de Colombia, Palmira. 108 p.
- Flor M, C.A. 1971. Enfoques metodológicos para toma de decisiones en agricultura de temporal: La aplicación de modelos de teoría de juegos, el modelo de Bayes y la Programación lineal en una zona del Plan Puebla. Tesis de Maestro en Ciencias, Colegio de Postgraduados de Chapingo, México. 245 p.
- Gandarillas, M. 1971. Prueba crítica del ajustado de diferentes modelos a la respuesta de trigo en invernadero bajo cuatro factores ambientales controlados. Tesis de Maestro en Ciencias, Colegio de Postgraduados de Chapingo, México. 125 p.

- Morlat, G. 1960. L'incertitude et les probabilités. Economie appliquée. Institut de Science Economique Appliquée. Tome XIII, No. 1. Presses Universitaires de France. 37-53 p.
  
- Turrent, A. 1970. Hacia nuevos enfoques metodológicos de la investigación agronómica para la agricultura de temporal. Memoria de la reunión para analizar el programa agrícola del país. 1970. (La agricultura de temporal). S.A.G. Centro Nacional de Enseñanza, Investigación y Extensión Agrícolas, México. 1970.

RESUMEN

Tradicionalmente agrónomos y economistas utilizan la metodología conocida como análisis marginal para la determinación del óptimo económico de un determinado factor de la producción, el nitrógeno por ejemplo. Esta metodología supone que se conoce con certeza la relación entre el factor de producción y el producto obtenido, relación conocida como "función de producción". Se acepta además con frecuencia, en el estudio de esta relación, el supuesto de que la ecología es inmodificable. Así es muy común encontrar la expresión:

$Y = f$  (fertilización, población, .....) dada una ecología inmodificable.

En zonas agrícolas donde las variaciones de los factores ecológicos son reducidos, o bien en zonas donde estas variaciones pueden reducirse artificialmente, la metodología convencional produce recomendaciones "de confianza". Situación contraria ocurre en las zonas donde las variaciones de los factores ecológicos son muy amplios, o sea en aquellas zonas en donde existen fuentes de riesgo y de incertidumbre.

Para estas condiciones de riesgo y de incertidumbre, se han desarrollado algunos modelos económicos, que pueden considerarse como herramientas promisorias para la toma de decisiones en la agricultura. Estos modelos son los modelos de Teoría de juegos y el modelo de Bayes.

El considerar a un agricultor como un jugador que se enfrenta a otro jugador que no es consciente, jugador denominado "naturaleza", es la noción más elemental de estos modelos. Todos los factores de la producción que el agricultor pueda controlar constituyen "las jugadas del agricultor". Los factores incontrolables constituyen las jugadas de la naturaleza. El modelo bayesiano incorpora las probabilidades de las jugadas de la naturaleza. En el concepto de "esperanza matemática" se fundamenta la selección de la jugada que permite los máximos ingresos del agricultor.