

 CIAT
4204
COLECCION HISTORICA



CENTRO DE DOCUMENTACION

CURSO INTENSIVO DE ADIESTRAMIENTO EN PRODUCCION DE YUCA PARA

INVESTIGADORES DE AMERICA LATINA

MICROFILMADO

CIAT, Mayo 1°. a Junio 7 de 1978

UTILIZACION DE LA ESTADISTICA Y EL DISENO
EXPERIMENTAL EN INVESTIGACION EN YUCA

Por: Gastón Mendoza

Maria Cristina Amézquita

Unidad de Biometría, CIAT

Enero de 1978

CONFERENCIA No. 1

INTRODUCCION GENERAL A LA ESTADISTICA Y AL
DISEÑO EXPERIMENTAL

1.1. Introducción:

Quisera comenzar esta primera conferencia dándoles una idea bastante breve de lo que es la Unidad de Biometría dentro del CIAT y sobre cual es su papel dentro de un centro de investigación agropecuaria. A continuación definieremos el Método Científico, entendido como la integración de las distintas etapas por las que pasa un investigador, desde la observación crítica de un fenómeno hasta la inferencia de conclusiones respecto a tal fenómeno. Esto nos llevará a entender mejor la relación que existe entre las preguntas que se hace el investigador y el diseño experimental apropiado para poner a prueba sus hipótesis. Luego hablaremos del porqué se utiliza la estadística en la investigación y, finalmente, introduciremos algunos conceptos y terminología básicos.

En las dos siguientes conferencias estudiaremos algunos de los diseños más utilizados en experimentación agrícola. En la cuarta conferencia finalizaremos la parte teórica del curso haciendo una revisión de las técnicas de regresión, correlación y superficies de respuesta. Por último, la conferencia 5 se utilizará para ilustrar numéricamente algunos de los diseños

experimentales introducidos anteriormente.

1.2. Papel de la Unidad de Biometría en el CIAT:

La Unidad de Biometría es un grupo central de servicio que presta asesoría en las etapas de planeación, diseño, procesamiento, análisis e interpretación de los resultados relacionados con las distintas investigaciones y experimentos realizados por los programas del CIAT. Estos servicios son sufragados con fondos de la misma Unidad y se suministran sin ningún costo a los programas de investigación y adiestramiento.

Las funciones básicas de la Unidad de Biometría son:

1. Asesoría estadística en la planeación, diseño, procesamiento, análisis e interpretación de los experimentos.
2. Creación y manejo de grandes sistemas de información (encuestas socio-económicas y agropecuarias, bancos de germoplasma, etc.).
3. Desarrollo de proyectos de investigación cooperativos con otros programas.
4. Evaluación de tecnología (estudio del impacto de nuevas variedades, prácticas culturales, etc., desarrolladas por el CIAT).
5. Investigación sobre el desarrollo e implementación de nuevas técnicas estadísticas.

6. Adiestramiento estadístico de profesionales.

1.3. El Método Científico:

El método científico es el conjunto de las etapas lógicas que sigue un investigador para llegar a inferir algo a partir de la observación crítica de un fenómeno; es decir, es la aplicación objetiva de la lógica al mejor entendimiento de un fenómeno. Su característica esencial es que partiendo de una observación crítica se llega a formular hipótesis que puedan probarse experimentalmente.

El proceso que sigue el método científico consta de las siguientes etapas:

1. Observación del fenómeno.- Consiste en observar el fenómeno de una manera crítica sin que esto nos permita llegar a una conclusión. Por ejemplo, en un terreno sembrado con una misma variedad se observa que en determinadas áreas las plantas se ven raquíticas, mientras que en otras se ven vigorosas.
2. Planteamiento del problema.- La observación crítica del fenómeno conduce al planteamiento operacional de un problema cuya solución debe ser la meta del investigador. En nuestro ejemplo anterior, el problema podría plantearse como la respuesta a la pregunta: ¿Es posible mejorar la producción en ese terre-

no?

3. Establecimiento de las hipótesis.- Son numerosas las hipótesis que el investigador puede plantear sobre las posibles causas del fenómeno observado. Lo importante es formular hipótesis relevantes al problema y que sean verificables experimentalmente; es decir, debe tenerse en cuenta la significancia operacional de resolver el problema. Siguiendo nuestro ejemplo, una hipótesis razonable podría ser:

H_0 : La deficiencia de nitrógeno en el suelo produce falta de vigor en la planta.

4. Planeación del experimento.- Establecida las hipótesis, el paso siguiente es la verificación objetiva de ellas a través de un experimento. En él, el investigador trata de controlar todos los factores, excepto aquellos cuyos efectos desea determinar. Sin embargo, existen factores imposibles de ser controlados o que sería muy costoso controlarlos, como por ejemplo, las variables climatológicas. Los factores no controlados constituyen el "error experimental". Antes de escoger un diseño experimental apropiado, debe especificarse los tratamientos a ensayar, seleccionarse el material experimental, decidir a que po-

blaciones se espera extender los resultados del experimento y la precisión deseada. Si se deseara probar la hipótesis H_0 de nuestro ejemplo anterior, una forma de verificarla objetivamente sería ensayar distintos niveles fijos de nitrógeno y observar el comportamiento de la planta manteniendo los otros factores constantes (contenido de otros minerales en el suelo, riego, etc.).

5. Escogencia del diseño experimental.- El diseño experimental es el patrón que indica la forma como se deben agrupar las unidades experimentales^v y como se deben asignar los tratamientos a las unidades experimentales. Al escoger un diseño experimental se debe tratar de conciliar dos aspectos generalmente contrapuestos: sencillez y precisión. La mayor precisión se consigue seleccionando un diseño que minimice las variaciones no controladas por el investigador, es

^v

Unidad experimental es la unidad mínima de material experimental a la cual se aplica un tratamiento dado. Por ejemplo, en experimentos de campo las unidades experimentales son generalmente las parcelas, y no las plantas individuales.

decir, la varianza del error experimental. Además, el tipo de diseño a utilizar depende de las hipótesis que se desean probar simultáneamente. Cuanto mayor sea el número de hipótesis, más refinado será el diseño experimental a utilizar. Un buen diseño experimental provee la información deseada con un mínimo de esfuerzos y recursos. Luego de escoger el diseño experimental, se diseñan los formatos de recolección de datos y el plan de análisis.

6. Ejecución del experimento.- El experimento debe conducirse siguiendo estrictamente el diseño experimental y los controles culturales y estadísticos planeados. En terminos generales, las recomendaciones básicas para un buen manejo de experimentos agrícolas son: uniformidad en la aplicación del riego, en la densidad de siembra y en la aplicación de insecticidas, fungicidas y herbicidas, siempre y cuando éstos no sean los factores de interés para el investigador.
7. Análisis e interpretación de resultados.- El análisis de los resultados que arroje un experimento tiene por objeto probar mediante métodos estadísticos las hipótesis planteadas por el investigador.
8. Informe escrito.- Este informe debe resumir todo aspecto de interés sobre el experimento, desde su moti-

vación hasta la interpretación de resultados. Es importante incluir todas las situaciones imprevistas que ocurrieron.

1.4. Utilidad de la estadística en la investigación:

Existen dos tipos de experimentos: los determinísticos y los aleatorios. Un experimento determinístico es aquel cuyo resultado es, para todos los efectos prácticos, exacto; por ejemplo, los experimentos físicos. Un experimento aleatorio es aquel cuyo resultado no se puede predecir por estar sujeto a variaciones no controlables por el investigador; tales son los experimentos biológicos. En consecuencia, la verificación de una teoría mediante experimentos aleatorios no puede ser absoluta. El investigador sólo puede concluir que las observaciones son o no compatibles con la teoría, dentro de los límites de error a los cuales las mismas observaciones están sometidas.

El papel de la Estadística consiste en proporcionar métodos que permitan distinguir entre situaciones donde las diferencias observadas entre "tratamientos" distintos son relativamente pequeñas y atribuibles al azar, y situaciones donde tales diferencias son relativamente grandes y son explicadas mejor por efectos diferentes de los "tratamientos"; en ambos casos, las conclusiones obtenidas tienen un margen de confiabilidad conocido.

1.5. Conceptos y Terminología Básicos:

Muestra y Población Una muestra es una colección de individuos u observaciones pertenecientes a una colección mayor llamada población o universo del cual deseamos información. Si el proceso de selección de los individuos es al azar se dice que la muestra es aleatoria.

Variable Aleatoria Es aquella cuyo valor no puede predecirse sino que depende del azar.

Distribución de Frecuencias Es la tabla de frecuencias obtenida agrupando los datos en clases excluyentes y exhaustivas. Su representación gráfica es llamada histograma de frecuencias. Para el caso de una variable continua, si se reduce el intervalo de clase en forma indefinida, se obtiene la función de distribución.

Ejemplo 1: Distribución del número de dígitos impares en cada una de 200 muestras aleatorias de 10 dígitos.

Sea X = número de dígitos impares en una muestra de 10. Entonces, la distribución (observada) de frecuencias pudo ser:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia observada	2	2	8	25	39	45	35	25	14	4	1

y el correspondiente gráfico de frecuencias se muestra en la figura (a). La variable X tiene por distribución teórica la

llamada distribución binomial con $p = 1/2$ y $n = 10$ y es posible demostrar que $P_r(X=x) = \binom{10}{x} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$, de modo que la distribución teórica de frecuencias (ajustadas a números enteros) es:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia teórica = $200 P_r(X=x)$	0	2	9	23	41	50	41	23	9	2	0

Ejemplo 2: Distribución normal con media $\mu = 5$ y varianza $\sigma^2 = 2.5$. Es una aproximación de la distribución teórica anterior con la misma tendencia central (media) e igual "dispersión" alrededor de la media (varianza). Su gráfico se muestra en la figura (b).

Distribución Normal: Una distribución normal es caracterizada por dos "parámetros": μ (media) y σ^2 (varianza; σ = desviación estándar). Si X es distribuida siguiendo una distribución normal con media μ y varianza σ^2 escribiremos $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. La distribución normal es muy usada en estadística por razones prácticas y teóricas: muy manejable y extensamente tabulada; muchas variables aleatorias siguen aproximadamente una distribución normal o pueden ser reducidas a normales mediante una transformación

En general, si $X \sim \text{Bin}(n, p)$, entonces $P_r(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$,
 $0 \leq x \leq n$; donde $\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}$

adecuada; la distribución de medias muestrales de cualquier población tiende a ser normal a medida que el tamaño de la muestra aumenta.

A continuación se presentan algunas de las propiedades de la distribución normal:

1. Función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/\sigma^2} \quad -\infty < x < \infty$$

2. Función de distribución acumulativa

$$F_X(x) = P_r(X_i < x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx$$

= área bajo la curva $f_X(x)$ desde $-\infty$ hasta x .

3. La siguiente propiedad es válida para toda variable aleatoria:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1.$$

4. Los parámetros μ y σ^2 se estiman a partir de una muestra de n observaciones por los siguientes estadísticos:

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

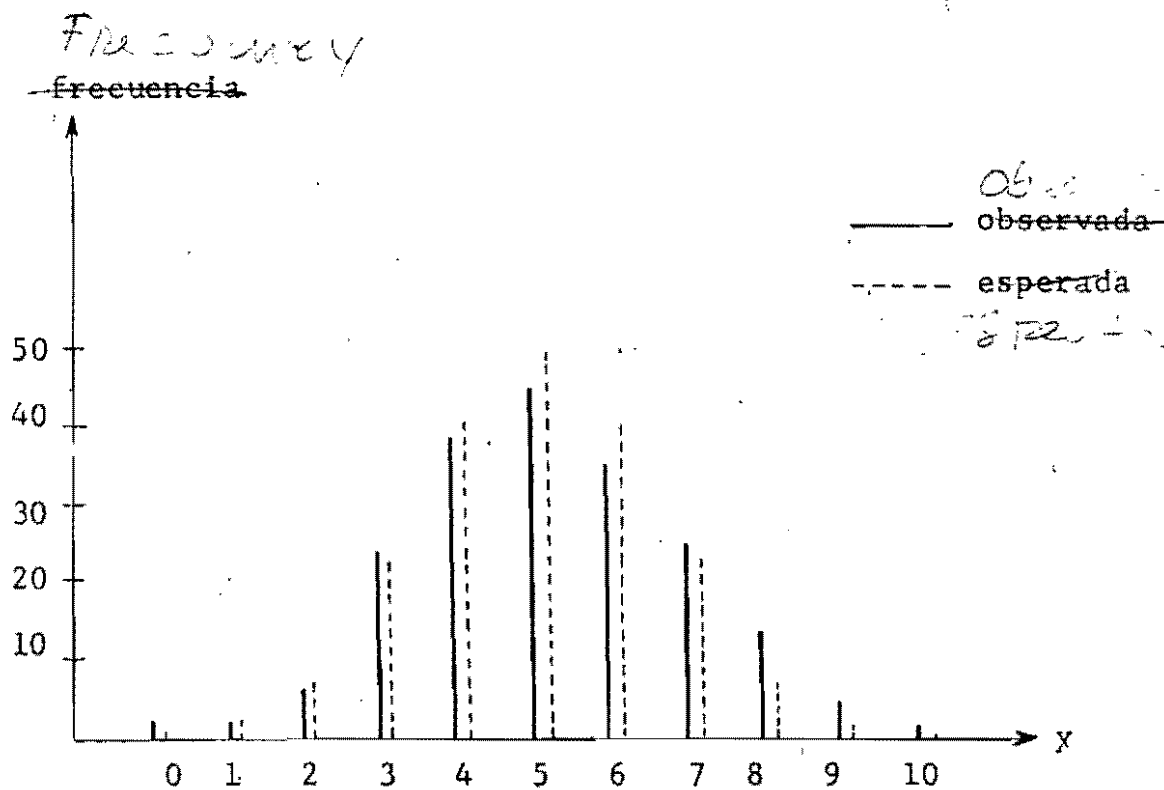


Fig. (a): Distribución de frecuencias del número de dígitos impares en cada una de 200 muestras de tamaño 10.

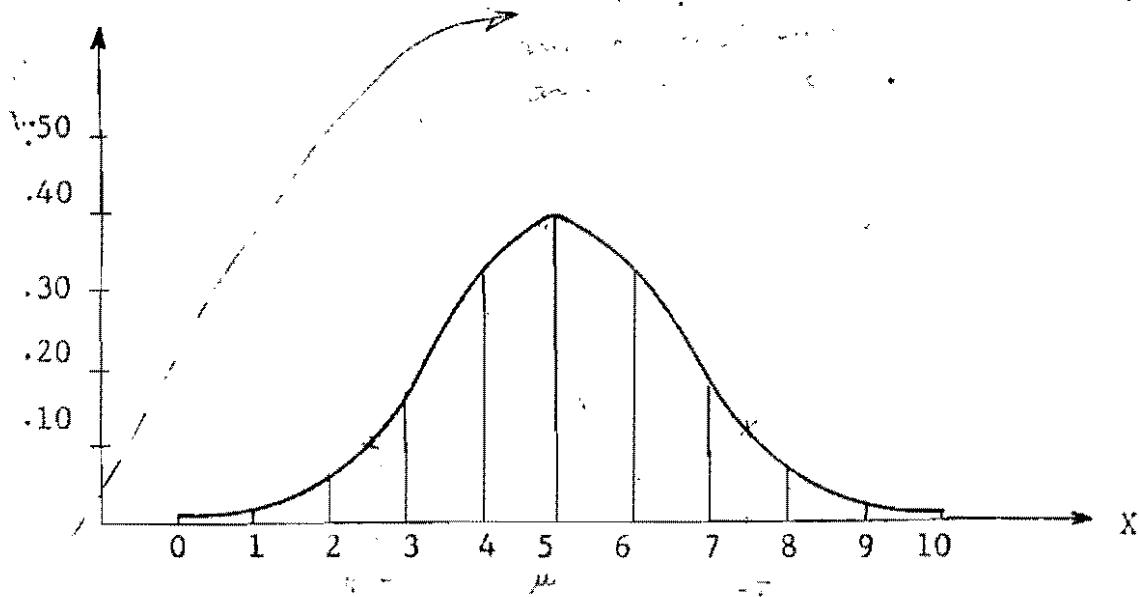


Fig. (b): Gráfico de la función de distribución (o densidad) de una distribución binomial.

5. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ y σ^2 es conocido, entonces

$$Pr(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = .68$$

$$Pr(\mu - 1.96 \sigma < X < \mu + 1.96 \sigma) = .95$$

$$(X - \mu) / \sigma \sim N(0, 1)$$

$$\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2/n) \text{ y } \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

6. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ pero σ^2 no se conoce, entonces

$(\bar{x} - \mu) \sqrt{n} / s$ sigue una distribución "similar" a la $N(0, 1)$ llamada la distribución t con $(n-1)$ grados de libertad.

Prueba de Hipótesis:

Hipótesis Nula (H_0): Es aquella que se acepta actualmente como cierta de modo que sólo es rechazada si la evidencia experimental en su contra es muy "grande".

Hipótesis Alternativa (H_1): Es aquella que se desearía "probar" al rechazar la hipótesis nula.

Ejemplo 1: Prueba de dos colas. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ Vs. $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Ejemplo 2: Prueba de una cola. $H_0: \mu_1 < \mu_2$ Vs. $H_1: \mu_1 > \mu_2$

Error de tipo I: Es aquel que se comete cuando se rechaza una hipótesis nula verdadera.

Error de tipo II: Es aquel que se comete cuando se acepta una

hipótesis alternativa falsa.

Los procedimientos clásicos de prueba de hipótesis minimizan las probabilidades de error de tipo II, (denominadas "característica operativa de la prueba"), para un nivel predeterminado de probabilidad de error de tipo I (denominada "nivel de significancia") y del tamaño de la muestra.

Nivel de Significancia: $\alpha = \Pr(\text{rechazar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera})$

Nivel de Confianza: $1 - \alpha = \Pr(\text{aceptar } H_0 \mid H_0 \text{ es verdadera})$

CONFERENCIA No. 2

DISEÑOS MAS UTILIZADOS EN EXPERIMENTACION CON YUCA

2.1. Qué es el diseño experimental:

Por diseño experimental se entiende el conjunto de reglas que indican cómo asignar los tratamientos a las unidades experimentales. Un buen diseño permite efectuar comparaciones válidas entre tratamientos, y controlar la principal fuente de variación que presentan los experimentos de campo: la heterogeneidad del suelo. Un buen diseño debe incluir tres aspectos importantes: aleatorización en la aplicación de los tratamientos, un adecuado número de replicaciones y un control máximo del error experimental.

2.2. Escogencia del diseño:

El mejor tipo de diseño para un experimento dado depende de la magnitud de la heterogeneidad del suelo en el área experimental, del tipo y número de tratamientos que se deseen probar y del grado de precisión deseado.

2.3. Diseños más utilizados en experimentación con yuca:

Los diseños más comunmente usados en experimentos de campo en yuca son:

- Completamente al azar (para uno o varios factores)
- Bloques completos al azar (para uno o varios factores)
- Parcelas divididas
- Diseños sistemáticos

Vamos a describir brevemente cómo y cuándo usar cada uno de estos diseños. Presentamos un resumen de los cálculos necesarios para el análisis estadístico y algunos ejemplos ilustrando su uso.

2.4. Diseño Completamente al Azar:

- Se usa cuando las unidades experimentales son homogéneas.
- Con él se puede probar cualquier número de tratamientos (ya sean niveles de un solo factor o combinaciones de niveles de varios factores).
- Los tratamientos se aplican a las unidades experimentales al azar.
- Cualquier número de repeticiones es posible.

Ejemplo: Se desea comparar el efecto de tres formas distintas de siembra de la estaca sobre el rendimiento de la yuca: siembra horizontal, vertical e inclinada. El terreno disponible para la siembra es perfectamente homogéneo. Entonces, como deseamos comparar tres tratamientos, debemos dividir el terreno en 3, 6, 9, 12, 15, etc. parcelas (unidades experimentales) dependiendo de que el máximo número posible de repeticiones sea 1, 2, 3, 4, 5, etc. respectivamente. Si, por ejemplo, por restricciones en el área disponible, el máximo posible de repeticiones es 2, el terreno quedará dividido en 6 unidades experimentales

iguales y cada tratamiento se aplicará a dos de ellas al azar. Una forma de disposición de tratamientos en el campo, se muestra en el cuadro siguiente. La variable a observar sería el rendimiento por parcela, medido como peso fresco de raíces en Kg.

T E R R E N O			
EH	EI	EV	EH = Se siembra la estaca en forma horizontal
EV	EH	EI	EV = Se siembra la estaca en forma vertical
			EI = Se siembra la estaca en forma inclinada

2.4.1. Análisis de Varianza:

Modelo matemático:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, t \\ j = 1, 2, \dots, r \end{array}$$

error experimental en la celda (i,j)

efecto del tratamiento i

media global

característica bajo estudio observada en la parcela j y donde se aplicó el tratamiento i.

Supuestos. $e_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$; $\sum_{i=1}^t \tau_i = 0$.

$$\text{Si } \bar{Y}_{..} = \left(\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij} \right) / (rt),$$

$$\bar{Y}_{i.} = \left(\sum_{j=1}^r Y_{ij} \right) / r,$$

entonces $\bar{Y}_{..}$ es un estimador de μ ,

$\bar{Y}_{i.}$ es un estimador de $\mu + \tau_i$.

Además, la suma de cuadrados de las desviaciones respecto a $\bar{Y}_{..}$, denominada suma total de cuadrados corregida por la media, puede descomponerse de la siguiente manera:

$$\sum\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

La primera suma del segundo miembro es un indicador de las diferencias entre medias de tratamientos, y la segunda es un indicador de la variabilidad de las observaciones respecto a la correspondiente media de tratamiento. Por tal motivo ellas se denominan suma de cuadrados debido a tratamientos y suma de cuadrados del error, respectivamente. Para hacer comparables estos indicadores se introducen los denominados grados de libertad. El cociente de una suma de cuadrados por su correspondiente número de grados de libertad es denominado cuadrado medio del efecto bajo consideración. Los grados de libertad asociados con SCT, SCTR y SCE son, respectivamente, $rt-1$, $t-1$ y $(r-1)t$.

Consideraremos la hipótesis nula $H_0: \tau_i = 0$, $i = 1, \dots, t$, Vs. la hipótesis alternativa $H_1: \tau_i \neq 0$ para al menos un i . Si la hipótesis H_0 es verdadera, es decir, no hay diferencias entre medias de tratamientos, entonces CMTR y CME tienden a ser similares y en consecuencia el cociente CMTR/

En la tabla anterior las fórmulas para las sumas de cuadrados son apropiados para el cálculo por calculadora.

$Y_{i.}$ denota $\sum_j Y_{ij}$ e $Y_{..}$ denota $\sum_{ij} Y_{ij}$.

2.4.2. Ejemplo Numérico:

Se desea comparar el rendimiento de $t = 5$ variedades de yuca. Por experiencias anteriores se conoce que el terreno disponible es homogéneo. Además siguiendo las recomendaciones sobre tamaño de parcela se disponen de 30 parcelas. Entonces, podemos utilizar $r = 6$ repeticiones para cada variedad (cabe señalar que el número de repeticiones a utilizar es generalmente determinado por la precisión deseada y no por el área disponible). El siguiente paso es asignar las variedades a las parcelas completamente al azar. Supongamos que los siguientes fueron los rendimientos observados en Kg/parcela.

Variedad							$Y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
1	88	129	117	312	220	99	965	161
2	235	263	216	156	244	233	1347	224
3	412	225	218	463	156	226	1700	283
4	284	484	164	445	388	436	2201	367
5	674	332	595	498	571	366	3036	506
							$Y_{..} = 9249$	$\bar{Y}_{..} = 308.3$

CME tiende a ser aproximadamente igual a uno. Si por el contrario, H_1 es verdadera, entonces CMTR tiende a ser mayor que CME y en consecuencia el cociente CMTR/CME tiende a ser mayor que uno. Por lo tanto valores de CMTR/CME cercanos a uno soportan H_0 y valores mucho más grandes que uno soportan H_1 . Es interesante señalar que CME es un estimador de la varianza σ^2 , la cual existe debido a los factores aleatorios no controlables por el investigador. Queda por decidir cuan "grande" debe ser CMTR/CME para poder concluir, con cierto grado de confianza, que las diferencias observadas entre medias de tratamientos son debidas a diferencias reales entre los tratamientos y no al azar. Para ello es necesario escoger el nivel de confianza $1 - \alpha$ y utilizar el hecho de que bajo H_0 el cociente CMTR/CME sigue una distribución llamada la distribución F con $t - 1$ y $(r-1)t$ grados de libertad. Resumiendo, la hipótesis H_0 es rechazada al nivel de significancia α si y sólo si

$$F_{\text{observado}} = \frac{\text{CMTR}}{\text{CME}} > F_{t-1, (r-1)t}(\alpha) = \alpha\text{-percentil superior de la distribución } F_{t-1, (r-1)t}.$$

Todo el procedimiento anterior puede condensarse en la llamada tabla de ANOVA;

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g. de l.</u>	<u>S.C.</u>	<u>c.m.</u>	<u>F Observ.</u>
Tratamiento	$t - 1$	$\frac{1}{r} \sum Y_{i.}^2 - \frac{1}{rt} Y_{..}^2$	CMRT	$\frac{\text{CMTR}}{\text{CME}}$
Error	$t(r-1)$	SCT-SCTR	CME	
<u>Total (corregido por la media global)</u>	<u>$tr - 1$</u>	<u>$\sum \sum Y_{ij}^2 - \frac{1}{rt} Y_{..}^2$</u>		

Algunos de los cálculos para obtener la tabla del ANOVA son:

$$SCTR = (965^2 + 1347^2 + 1700^2 + 2201^2 + 3036^2)/6 - 9249^2/30 = 431421$$

$$SCT = 88^2 + 129^2 + \dots + 571^2 + 366^2 - 9249^2/30 = 716036$$

La tabla del ANOVA es:

F. V.	g.l.	S.C.	c.m.	F. Observ.	$F_{4,25}(.01)$
Variedades	4	431421	107855.3	9.474	4.17
Error	25	284615	11384.6		
Total	29	716036			

Puesto que $F_{obs} > F_{4,25}(.01)$, a $\alpha = .01$, debemos rechazar la hipótesis nula de que todas las variedades rinden igual. Si hubiéramos decidido usar $\alpha = .05$, el valor crítico hubiese sido $F_{4,25}(.05) = 2.78$ que también es menor que F_{obs} y por lo tanto hubiéramos concluido que a $\alpha = .05$, se rechazaba la hipótesis nula. El nivel de significancia a usar es en última instancia, decisión del investigador. Los niveles $.01$ y $.05$ son sólo guías que dan, respectivamente, 1 y 5 oportunidades en 100 de rechazar la hipótesis nula cuando en realidad ella es verdadera. En este caso el mínimo nivel de significancia al cual aún se rechaza la hipótesis nula es aproximadamente 0.0001.

CONFERENCIA No. 3

DISEÑOS MAS UTILIZADOS EN EXPERIMENTACION CON YUCA (Cont.)

3.1. Diseños en Bloques Completos al Azar:

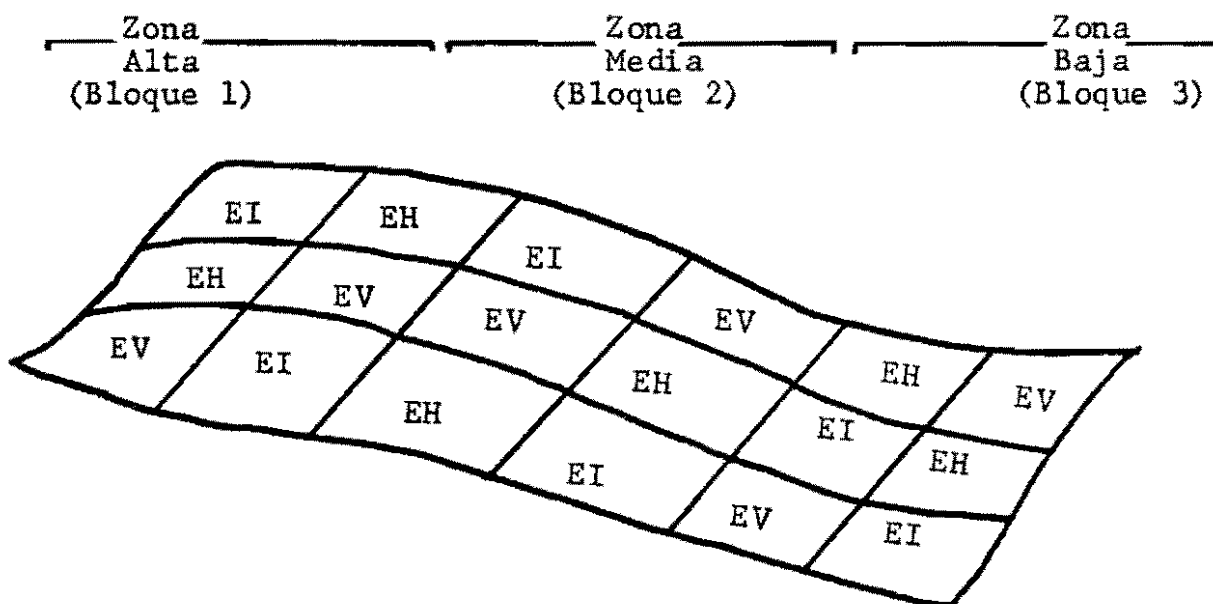
- Se utiliza cuando el material experimental no es homogéneo y es posible estratificarlos en subgrupos mas o menos homogéneos. Por ejemplo, si el terreno presenta una gradiente conocida en una sola dirección, es posible dividirlo en "bloques" tan homogéneos como sea posible. La gradiente en cuestión puede ser una gradiente de fertilidad, de acidez o declive del terreno en una dirección definida.
- Cada bloque debe contener todos los tratamientos. El número de tratamientos debe ser relativamente pequeño (menor de 12 según Kempthorne; cuando el número de tratamientos es mayor se aconseja usar diseños en Láttice). Los tratamientos puede corresponder a distintos niveles de un factor o a combinaciones de niveles de varios factores.
- La asignación de los tratamientos a las unidades experimentales no es completamente al azar sino que se asignan al azar a las unidades experimentales de un mismo bloque. Se debe hacer una aleatorización diferente para cada bloque.

- Permite cualquier número de replicaciones.
- Para que este diseño sea más eficiente que el diseño completamente al azar, se requiere que la variación entre bloques sea lo más grande posible y que la variación dentro de bloque sea mínima. Además, para que las pruebas de significancia sea válidas es necesario que no exista interacción tratamiento x bloque.

Ejemplo: Siguiendo el ejemplo anterior, supongamos que se desea comparar las tres formas de siembra de la estaca, pero el terreno de que se dispone para efectuar el experimento no es homogéneo; presenta una pendiente bastante marcada, siendo la parte baja más húmeda que la parte alta.

En este caso, lo aconsejable es dividir el terreno en "Bloques": ALTO, MEDIO y BAJO, por ejemplo, y probar los tres métodos de siembra de la estaca en cada bloque, disponiéndolos al azar sobre las parcelas. La forma física del terreno, y una disposición de los tratamientos utilizando dos replicaciones, se ve en la gráfica a continuación:

Disposición de los Tratamientos sobre el Terreno



EH = La estaca se siembra en forma horizontal

EV = La estaca se siembra en forma vertical

EI = La estaca se siembra en forma inclinada

3.1.1. Análisis de Varianza:

Modelo Matemático:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + e_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, t \\ j = 1, 2, \dots, b \end{array}$$

error experimental en la celda (i,j)

efecto del bloque j

efecto del tratamiento i

media global

respuesta observada en la celda (i,j).

Supuestos: $e_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$; $\sum_{i=1}^t \tau_i = 0 = \sum_{j=1}^b \beta_j$

Si $\bar{Y}_{..} = \left(\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^b Y_{ij} \right) / (bt)$;

$$\bar{Y}_{i.} = \left(\sum_{j=1}^b Y_{ij} \right) / b, \quad \bar{Y}_{.j} = \left(\sum_{i=1}^t Y_{ij} \right) / t,$$

Entonces $\bar{Y}_{..}$ es un estimador de μ

$\bar{Y}_{i.}$ es un estimador de $\mu + \tau_i$

$\bar{Y}_{.j}$ es un estimador de $\mu + \beta_j$

La suma total de cuadrados corregida por la media puede descomponerse de la siguiente manera:

$$\sum \sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum \sum (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum \sum (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum \sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})^2$$

Las sumas de cuadrados del segundo miembro son denominados s.c. debido a tratamientos, s.c. debido a bloques y s.c. del error, respectivamente. Los grados de libertad asociados con SCT, SCTR, SCBL, y SCE son $bt-1$, $t-1$, $b-1$ y $(b-1)(t-1)$, respectivamente. Como el caso del diseño completamente al azar, el cociente de una s.c. por el correspondiente número de g.l. es denominado cuadrado medio de tal efecto. Así mismo, CME es un estimador de σ^2 . Sin embargo, el σ^2 del modelo de B.C.A. no es el mismo que el del diseño completamente al azar. De hecho, si el bloqueo es efectivo $\sigma^2_{\text{bloques}} \ll \sigma^2$ completamente al azar. Esto es justamente el objetivo del bloqueo; aumentar la precisión de las comparaciones extrayendo de la variabilidad del di-

seño completamente al azar, aquella variabilidad debida a diferencias entre bloques.

Para el diseño de BCA es posible probar independientemente los siguientes pares de hipótesis:

$$H_0: \tau_i = 0 \quad i = 1, \dots, t, \quad \text{Vs.} \quad (I)$$

$$H_1: \tau_i \neq 0 \text{ para al menos un } i, \quad y$$

$$H_0: \beta_j = 0 \quad j = 1, \dots, b, \quad \text{Vs.} \quad (II)$$

$$H_1: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos un } j.$$

Por razones similares a las expuestas para el caso del diseño completamente al azar las reglas de decisión para los pares de hipótesis anteriores son:

- (i) Rechazar la hipótesis $\tau_i=0$, $i=1, \dots, t$, al nivel de significancia α , $sss \frac{CMTR}{CME} > F_{t-1, (b-1)}(t-1)(\alpha)$.
- (ii) Rechazar la hipótesis $\beta_j=0$, $j=1, \dots, b$, al nivel de significancia α , $sss \frac{CMBL}{CME} > F_{b-1, (b-1)}(t-1)(\alpha)$.

La Tabla del ANOVA es:

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g. d l.</u>	<u>s.c.</u>	<u>c.m.</u>	<u>F_{observados}</u>
Tratamientos	$t - 1$	$\frac{1}{b} \sum_i Y_{i.}^2 - \frac{1}{bt} Y_{..}^2$	CMTR	CMTR/CME
Bloques	$b - 1$	$\frac{1}{t} \sum_j Y_{.j}^2 - \frac{1}{bt} Y_{..}^2$	CMBL	CMBL/CME
<u>Error</u>	<u>$(t-1)(b-1)$</u>	<u>SCT-SCTR-SCBL</u>	CME	
<u>Total (corregido por la media global)</u>	$tb - 1$	$\sum \sum Y_{ij}^2 - \frac{1}{bt} Y_{..}^2$		

3.1.2. Ejemplo numérico: Supongamos que se desea comparar el rendimiento $t=5$ variedades de yuca pero el terreno no es homogéneo. Además, supongamos que es posible agrupar las 30 parcelas disponibles en $b=6$ de 5 parcelas cada uno, de tal manera que parcelas de un mismo bloque son mas o menos igualmente fértiles. El siguiente paso es asignar las variedades al azar a las parcelas de cada bloque. Debe usarse una aleatorización diferente para cada bloque. Supongamos que los rendimientos en Kg. por parcela fueron:

Variedad	I	II	III	IV	V	VI	$Y_{i.}$	$\bar{Y}_{i.}$
1	88	129	117	312	220	99	965	161
2	235	263	216	156	244	233	1347	224
3	412	225	218	463	156	236	1700	283
4	284	484	164	445	388	436	2201	367
5	674	332	595	498	571	366	3036	506
$Y_{.j}$	1693	1433	1310	1874	1579	1360	$Y_{..}=9249$	$\bar{Y}_{..}=308.3$
$\bar{Y}_{.j}$	338.6	286.6	262.0	374.8	315.8	272.0		

$$TRSS = (965^2 + 1347^2 + 1700^2 + 2201^2 + 3036^2) / 6 - 9249^2 / 30 = 431421.8$$

$$BLSS = (1693^2 + 1433^2 + 1310^2 + 1874^2 + 1579^2 + 1360^2) / 5 - 9249^2 / 30 = 46644.3$$

$$TSS = 88^2 + 129^2 + \dots + 571^2 + 366^2 - 9249^2 / 30 = 716036.3$$

$$ESS = 716036.3 - 431421.8 - 46644.3 = 237970.2$$

La tabla del ANOVA es:

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g.l.</u>	<u>S.C.</u>	<u>c.m.</u>	<u>F_{observados}</u>
Variedades	4	431421.8	107855.5	9.065
Bloques	5	46644.3	9328.9	0.784
<u>Error</u>	<u>20</u>	<u>237970.2</u>	11898.5	
Total	29	716036.2		

Si $\alpha = .01$ la hipótesis nula de (I) es rechazada puesto que $9.065 > 4.43 = F_{4,20}(.01)$; sin embargo la hipótesis nula de (II) es aceptada puesto que $0.784 > 4.10 = F_{5,20}(.01)$. Es claro entonces que en este caso el bloqueo no fue efectivo. ($P = .0002 > .0001$).

3.2. Diseños en Parcelas Divididas y Subdivididas:

- Se utilizan cuando la naturaleza de los niveles de un factor o problemas de manejo del experimento requieren el uso de unidades grandes, mientras que los niveles de otros factores si pueden asignarse a unidades más pequeñas. Por ejemplo, un experimento en donde el factor "riego" es uno de los que se desea medir es aconsejable separar las parcelas que reciben un determinado nivel de riego. Casos similares son los experimentos de fertilizantes e insecticidas.
- El diseño en parcelas divididas se usa cuando se desea estudiar dos factores uno de los cuales requiere unida-

des grandes y el otro puede asignarse a unidades más pequeñas. Los niveles del primer factor se asignan al azar a las parcelas grandes. Los niveles del segundo factor se asignan al azar a las sub-parcelas de cada parcela grande. Cada parcela grande contiene tantas sub-parcelas como niveles del segundo factor existan. Las comparaciones entre los niveles del primer factor son menos precisas que aquellas entre los niveles del segundo factor y aquellas entre interacciones del primer y segundo factor. Para poder hacer estas comparaciones es necesario utilizar por lo menos dos repeticiones.

- El diseño en parcelas sub-divididas se usa cuando se desea estudiar tres factores uno de los cuales requiere unidades grandes y los otros dos pueden asignarse a unidades más pequeñas. Los niveles del primer factor se asignan al azar a las parcelas grandes. Los niveles del segundo factor se asignan al azar a las sub-parcelas de cada parcela grande y los del tercer factor se asignan al azar a las sub-parcelas de cada sub-parcela. Cada parcela grande contiene tantas sub-parcelas como niveles del segundo factor existan; similarmente, cada sub-parcela contiene tantas sub-parcelas como niveles del tercer factor existan. Las comparaciones entre los

niveles del primer factor son las menos precisas; las comparaciones entre los niveles del segundo factor y de las interacciones del primer y segundo factor son de precisión intermedia; finalmente, las comparaciones entre los niveles del tercer factor y de las interacciones que lo contienen son las más precisas. Como en el caso de parcelas divididas para poder hacer comparaciones válidas se requiere al menos dos replicaciones.

3.2.1. Ejemplo numérico: Parcelas sub-divididas:

Se desea analizar el efecto de la plaga Thrips sobre el rendimiento de cuatro variedades de yuca, con y sin la aplicación de insecticida, con y sin riego, es decir,

Factor A: "Riego" a dos niveles: Con riego (a_1)
sin riego (a_0)

Factor B: "Insecticida" a dos niveles: Con insecticida (b_1)
Sin insecticida (b_0)

Factor C: "Variedad" a cuatro niveles: Variedad 1
Variedad 2
Variedad 3
Variedad 4.

Con el objeto de mantener separadas las parcelas que reciben riego de las que no lo reciben, se dividió el terre-

no en dos parcelas grandes y se les asignó al azar los dos niveles del factor "riego". Cada parcela se dividió en dos sub-parcelas a las que se asignó al azar los niveles del factor "insecticida". Finalmente, cada sub-parcela se dividió en cuatro sub-sub-parcelas a las que se asignó al azar las cuatro variedades. Se utilizaron dos replicaciones en el experimento.

La disposición de los factores sobre el terreno quedó como muestra la gráfica siguiente:

REPLICACION I

Parcela Grande 1
(con riego: a_1)

Parcela Grande 2
(sin riego: a_0)

b_1		b_0		b_1		b_0	
Con Insecticida		Sin Insecticida		Con Insecticida		Sin Insecticida	
V	(8)	V	(4)	V	(5)	V	(6)
V	(5)	V	(6)	V	(3)	V	(3)
V	(6)	V	(6)	V	(5)	V	(5)
V	(7)	V	(3)	V	(3)	V	(2)

REPLICACION IIParcela Grande 1
(Sin riego: a_0)Parcela Grande 2
(Con riego: a_1)

b_0		b_1		b_1		b_0	
Sin Insecticida		Con Insecticida		Con Insecticida		Sin Insecticida	
V	(8)	V	(6)	V	(7)	V	(4)
V	(4)	V	(4)	V	(6)	V	(8)
V	(5)	V	(5)	V	(4)	V	(4)
V	(4)	V	(4)	V	(7)	V	(5)

Los números en paréntesis son los rendimientos en Kgs.

Para el cálculo de las sumas de cuadrados del ANOVA se requieren las siguientes tablas:

AxB:

	b_0	b_1	
a_0	$(6+3+5+2)+(6+4+5+4)$	35	70
a_1	40	50	90
	75	85	160 = Y...

AxC:

	V_1	V_2	V_3	V_4	
a_0	15	20	22	13	70
a_1	20	25	28	17	90
	35	45	50	30	160

BxC:	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	
b ₀	15	21	25	14	75
b ₁	20	24	25	16	85
	35	45	50	30	160

AxBxC:	a ₀					a ₁				
	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄		V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	
b ₀	3+4	11	11	6	35	8	10	14	8	40
b ₁	8	9	11	7	35	12	8+7	14	9	50
	15	20	22	13	70	20	25	28	17	90

A x Rep:	I	II	
a ₀	32	38	70
a ₁	45	45	90
	77	83	160

B x Rep:	I	II	
b ₀	35	40	75
b ₁	42	43	85
	77	83	160

AxBxRep:	I			II		
	b ₀	b ₁		b ₀	b ₁	
a ₀	16	16	32	19	19	38
a ₁	19	26	45	21	24	45
	35	42	77	40	43	83

El término de corrección es:

$$TC = \frac{Y_{\dots}^2}{\# \text{ total de parcelas}} = \frac{160^2}{2 \times (2 \times 2 \times 4)} = 800$$

$$SCT = 8^2 + 5^2 + \dots + 4^2 + 5^2 - TC = 70.000$$

$$SC \text{ Rep} = (77^2 + 83^2) / 16 - TC = 1.125$$

$$SCA = (70^2 + 90^2) / 16 - TC = 12.500$$

$$SCB = (75^2 + 85^2) / 16 - TC = 3.125$$

$$SCAB = (35^2 + 35^2 + 40^2 + 50^2) / 8 - SCA - SCB - TC = 3.125$$

$$SCC = (35^2 + 45^2 + 50^2 + 30^2) / 8 - TC = 31.25$$

$$SCAC = (15^2 + 20^2 + 22^2 + 13^2 + 20^2 + 25^2 + 28^2 + 17^2) / 4 - SCA - SCC - TC = 0.250$$

$$SCBC = (15^2 + 21^2 + 25^2 + 14^2 + 20^2 + 24^2 + 25^2 + 16^2) / 4 - SCB - SCC - TC = 1.625$$

$$SCABC = (7 + 11 + \dots + 14 + 9) / 2 - SCA - SCB - SCC - SCAB - SCAC - SCBC - TC = 4.125$$

$$SC(AxRep) = (32^2 + 38^2 + 45^2 + 45^2) / 8 - SCA - SCRep - TC = 1.125 = \text{Error (a)}$$

$$SC(BxRep) = (35^2 + 40^2 + 42^2 + 43^2) / 8 - SCB - SCRep - TC = 0.5$$

$$SC(AxBxRep) = (16^2 + 16^2 + 19^2 + 26^2 + 19^2 + 19^2 + 21^2 + 24^2) / 4 - SCA - SCB - SCRep - SCAB - SC(AxRep) - SC(BxRep) - TC = 0.5$$

$$\text{Error (b)} = SC(BxRep) = SC(AxBxRep) = 1.000$$

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g.de l.</u>	<u>s.c.</u>	<u>c.m.</u>	<u>F</u>
Replicación	$r-1 = 1$	1.125	1.125	1.00
Riego = A	$a-1 = 1$	12.500	12.500	11.11
Error (a)	$(r-1)(a-1) = 1$	1.125	<u>1.125</u>	
Insecticida = B	$b-1 = 1$	3.125	3.125	6.25
A x B	$(a-1)(b-1) = 1$	3.125	3.125	6.25
Error (b)	$a(b-1)(r-1) = 2$	1.000	0.500	
Variedad = C	$c-1 = 3$	31.250	10.417	11.63
A x C	$(a-1)(c-1) = 3$	0.250	0.083	0.09
B x C	$(b-1)(c-1) = 3$	1.625	0.542	0.61
A x B x C	$(a-1)(b-1)(c-1)=3$	4.125	1.375	1.54
<u>Error (c)</u>	<u>$ab(c-1) = 12$</u>	<u>10.750^{1/}</u>	<u>0.896</u>	
Total	$abcr - 1 = 31$	70.000		

- Los efectos de replicación y riego se prueban con el Error

(a):

$$\frac{CM_{Rep}}{CM_{Error(a)}} = 1.00 \dagger 161 = F_{1,1}(0.05) \quad \text{Se acepta la hipótesis de iguales efectos de todas las repeticiones (P=.5)}$$

$$\frac{CMA}{CME_{error(a)}} = 11.11 \dagger 161 = F_{1,1}(0.05) \quad \text{Se acepta la hipótesis de iguales efectos con y sin riego.}$$

- Los efectos de insecticida y de la interacción insecticida

^{1/} El error (c) es obtenido por diferencia.

x riego se prueban con el Error(b):

$$\frac{CMB}{CME_{\text{error}(b)}} = 6.25 \nmid 18.51 = F_{1,2}(.05) \quad \text{Se acepta la hipótesis de iguales efectos con y sin insecticida' } P = .1296$$

$$\frac{CMAB}{CME_{\text{error}(b)}} = 6.25 \nmid 18.51 = F_{1,2}(.05) \quad \text{Se acepta la hipótesis de que no hay interacción A x B. } P = .1296$$

- Los efectos de variedad y las interacciones que lo contienen se prueban con el Error(c):

$$\frac{CMC}{CME_{\text{error}(c)}} = 11.63 > 3.49 = F_{3,12}(.05) \quad \text{Se rechaza la hipótesis de iguales efectos varietales. } P=.0007.$$

Finalmente, los bajos valores de F para AxC, BxC y AxBxC conducen a aceptar las hipótesis de que no hay tales interacciones.

3.2.2. Análisis de Varianza para un Diseño en Parcelas

Divididas:

<u>Fuente de variación</u>	<u>g.l.</u>	
Replicación (Rep)	r-1	$(R_1^2 + \dots + R_r^2) / (ab) - TC$
Parcela Principal (A)	a-1	$(A_0^2 + \dots + A_a^2 - 1) / (rb) - TC$
Error (a) = RepxA	(r-1)(a-1)	$(\overline{A_0 R_1^2} + \overline{A_0 R_2^2} + \dots + \overline{A_{a-1} R_r^2}) / b - SC_{\text{Rep}} - SCA - TC$
Sub-parcela (B)	b-1	$(B_0^2 + \dots + B_{b-1}^2) / (rb) - TC$
AxB	(a-1)(b-1)	$(A_0 B_0^2 + A_0 B_1^2 + \dots + A_{a-1} B_{b-1}^2) / r - SCA - SCB - TC$
<u>Error (b) = RepxB + RepxAxB</u>	<u>a(r-1)(b-1)</u>	<u>Por diferencia</u>
Total (corregido por la media global)	abr-1	$\sum \sum \sum Y_{ijk}^2 - TC$

donde:

R_k = total para la replicación k , $k=1,2,\dots,r$.

A_i = total para el nivel i -ésima del factor A, $i=0,1,\dots,a-1$

B_j = total para el nivel j -ésimo del factor B, $j=0,1,\dots,b-1$

$A_i B_j$ = total para la combinación (a_i, b_j) , $i=0,1,\dots,a-1$; $j=0,1,\dots,b-1$

$A_i R_k$ = total para la combinación (a_i, r_k) ; $i=0,1,\dots,a-1$;

$k=1,2,\dots,r$.

$TC = Y^2 \dots / (abr) =$ término de corrección

- (i) La hipótesis de que las medias de todos los niveles del factor A son iguales se rechaza sss $CMA/CME_{error}(a) > F_{a-1, (r-1)}(\alpha)$.
- (ii) La hipótesis de que las medias de todos los niveles del factor B son iguales se rechaza sss $CMB/CME_{error}(b) > F_{b-1, a(r-1)}(b-1)(\alpha)$
- (iii) La hipótesis de que las medias de todas las celdas (a_i, b_j) son iguales se rechaza sss $CMAB/CME_{error}(b) > F_{(a-1)(b-1), a(r-1)(b-1)}(\alpha)$.

3.2.3. Ejemplo numérico: Parcelas Divididas

Un experimento realizado en la Universidad de Wisconsin comparó los rendimientos de cuatro lotes de avena ($a=4$) para tres tratamientos químicos de semilla y un control ($b=4$). Los lotes de semilla fueron asignados al azar a las parcelas grandes dentro de cada replicación.

Los tratamientos de semilla fueron asignados al azar a las sub-parcelas dentro de cada parcela grande. Los rendimientos en bushels por acre son dados en la tabla siguiente:

Lote de Semilla (A)	Replicación	Tratamiento (B)				Totales
		Control (a ₀)	Ceresan M (a ₁)	Panogen (a ₂)	Agrox (a ₃)	
Vicland (1)	1	42.9	53.8	49.5	44.4	190.6
	2	41.6	58.5	53.8	41.8	195.7
	3	28.9	43.9	40.7	28.3	141.8
	4	30.8	46.3	39.4	34.7	151.2
	Totales	144.2	202.5	183.4	149.2	679.3
Vicland (2)	1	53.3	57.6	59.8	64.1	234.8
	2	69.6	69.6	65.8	57.4	262.4
	3	45.4	42.4	41.4	44.1	173.3
	4	35.1	51.9	45.4	51.6	184.0
	Totales	203.4	221.5	212.4	217.2	854.5
Clinton	1	62.3	63.4	64.5	63.6	253.8
	2	58.5	50.4	46.1	56.1	211.1
	3	44.6	45.0	62.6	52.7	204.9
	4	50.3	46.7	50.3	51.8	199.1
	Totales	215.7	205.5	223.5	224.2	868.9
Branch	1	75.4	70.3	68.8	71.6	286.1
	2	65.6	67.3	65.3	69.4	267.6
	3	54.0	57.6	45.6	56.6	213.8
	4	52.7	58.5	51.0	47.4	209.6
	Totales	247.7	253.7	230.7	245.0	977.1
Totales de Tratamientos		811.0	883.2	850.0	835.6	3,379.8

CONFERENCIA No. 4

REGRESION, CORRELACION Y DISEÑOS SISTEMATICOS

4.0. Regresión y Correlación:

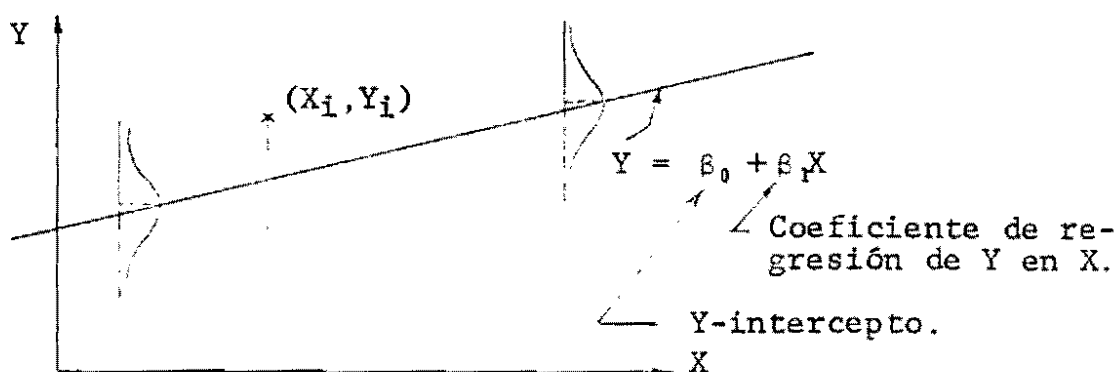
Son técnicas estadísticas que permiten analizar la relación existente entre k variables continuas "independientes", X_1, \dots, X_k y una dependiente Y , a partir de n conjuntos de datos de la forma $(X_1, \dots, X_k; Y)$, correspondientes a una misma unidad experimental. Se exige que las X 's sean estadísticamente independientes, pero pueden ser estructuralmente dependientes en el sentido de que la función de respuesta para un factor depende de los niveles de los otros factores.

4.1. Regresión Lineal Simple:

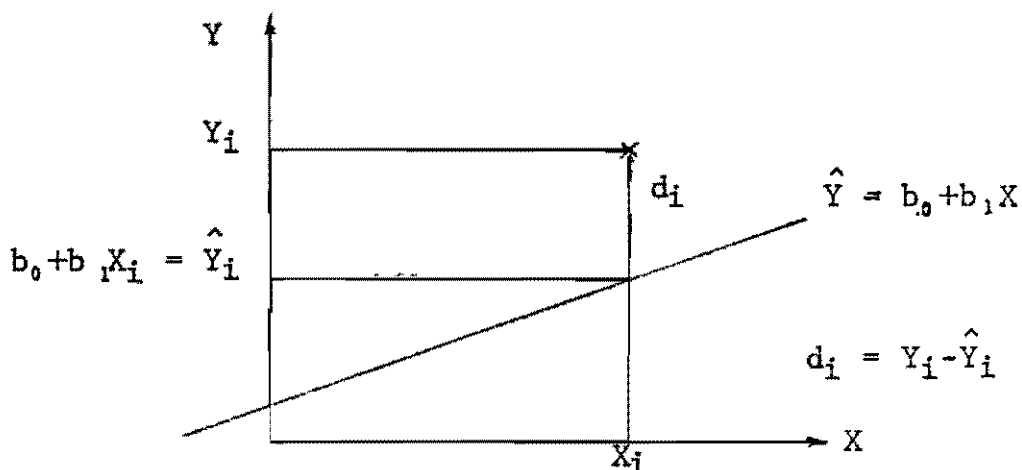
Es el caso más simple de regresión en el cual la relación funcional entre X y Y se asume que es lineal de acuerdo al modelo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i, \quad e_i \sim \text{NID}(0, \sigma^2).$$

El objetivo es estimar los parámetros β_0 y β_1 a partir de n pares (X_i, Y_i) observados.



El criterio usado para determinar estimadores de β_0 y β_1 es minimizar la suma de los cuadrados de las desviaciones observadas con respecto a la línea de regresión ajustada a los datos. Este método de ajuste es llamado de mínimos cuadrados.



$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

$$\text{Var}(b_0) = \sigma^2 \left[\frac{\sum X_i^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\text{Var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_i) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

$$\text{Var}(b_0 + b_1 X_*) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_* - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

X_* denota un nivel no existente en los datos utilizados para ajustar la línea de regresión.

ANOVA:

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g.l.</u>	<u>S.C.</u>	<u>C.M.</u>
Reducción debida a la regresión (Regresión)	1	$b_1 \left\{ \sum X_i Y_i - \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{n} \right\}$	CMR
Alrededor de la línea ajustada (error)	n-2	Por diferencia	CME
Total corregido	n-1	$\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2/n$	

CME es un estimador de σ^2 .

La prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta_1 = 0$ Vs.

$H_1: \beta_1 \neq 0$ al nivel α

se hace con la siguiente regla de decisión:

Rechazar H_0 sss $\frac{CMR}{CME} > F_{1, n-2}(\alpha)$

donde $F_{1, n-2}(\alpha)$ es el α - percentil superior de la distribución de F con 1 y (n-2) grados de libertad.

Coefficiente de Determinación R^2

$R^2 = \frac{SCR}{SCT}$ = proporción de la variación total explicada por la regresión lineal de Y en X.

Valores de R^2 cercanos a 0 indican un ajuste pobre; valores cercanos a 1 indican un buen ajuste.

Coefficiente de Correlación Lineal entre X e Y:

$r_{xy} = \pm \sqrt{R^2}$, donde el signo de r_{xy} es igual al de b_1

$$= b_1 \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{S_X}{S_Y} b_1$$

En general, $-1 \leq r_{xy} \leq 1$.

Valores de $|r_{xy}|$ cercanos a cero indican una pobre correlación lineal entre X e Y mientras que valores de $|r_{xy}|$ cercanos a uno indican una alta correlación lineal entre X e Y.

r_{xy} mide el grado de asociación lineal entre X e Y (ambas consideradas como aleatorias); mientras b_1 mide el cambio en Y que puede predecirse cuando X es aumentado en una unidad.

4.2. Regresión Lineal Múltiple:

Si se tiene más de una variable independiente, el modelo es: $Y_{\mu} = \beta_0 + \beta_1 X_{1\mu} + \beta_2 X_{2\mu} + \dots + \beta_k X_{k\mu} + e_{\mu}$, $e_{\mu} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$

La ecuación estimada es:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + \dots + b_k X_k$$

donde b_0, b_1, \dots, b_k son estimados por el método de mínimos cuadrados y pueden obtenerse del computador usando cualquiera de los muchos programas de regresión múltiple existentes. Así mismo, la Tabla ANOVA resumen se obtiene del computador y tiene la forma siguiente:

<u>Fuente de Variación</u>	<u>g.l.</u>	<u>S.C.</u>	<u>C.M.</u>
R	k	SCR	CMR
<u>E</u>	<u>n-k-1</u>	<u>SCE</u>	CME
T	n - 1	SCT	

Como en el caso de regresión simple CME es un estimador de σ^2 y

$H_0: \beta_k = 0 \quad \forall k \quad \text{Vs:}$

$H_1: \beta_k \neq 0$ para alguna k .

se prueba con la regla de decisión:

Rechazar H_0 sss $\frac{CMR}{CME} > F_{k, n-1-k}(\alpha)$

donde $F_{k, n-1-k}(\alpha)$ es el α -percentil superior de la distribución de F con k y $(n-1-k)$ grados de libertad.

El coeficiente de determinación $R^2 = SCR/SCT$ tiene la misma interpretación que para el caso $k=1$, pero r no tiene interpretación.

4.3. Usos de Regresión:

1. Predecir Y para valores dados de las X 's.
2. Examinar los efectos de las X 's sobre Y . (modelos de causalidad si entre las X 's e Y hay una relación de causa a efecto).
3. Determinar la forma de la curva de regresión (Regresión Polinomial y Regresión no-lineal).
4. Ajustar Y por efectos no controlados cuantificados por las X 's (ANCOVA).

Ejemplo de Regresión Lineal Simple: Datos observados de caída de lluvia (X_i) y Rendimiento de trigo (Y_i) en una zona durante 10 años.

X_i (mm)	Y_i (Kgr./Ha)
230	2600
210	2500
280	2900
270	2700
230	2700
280	3200
270	3300
220	2800
260	3000
250	3300

4.4. Diseños Sistemáticos:

Los diseños experimentales pueden dividirse en dos grupos: aleatorios y sistemáticos. Los diseños que hasta ahora hemos tratado son aleatorios y se caracterizan porque la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales se hace en una forma perfectamente al azar.

En contraposición con ellos se encuentran los diseños sistemáticos, en los cuales la asignación de tratamientos a las unidades experimentales se efectúa en forma ordenada o sistemática. El objetivo de este tipo de diseños es permitirle al investigador observar una respuesta continua al tratamiento. Por ejemplo, si se desea estudiar la respuesta de una variedad de frí-

jol al nitrógeno, se puede diseñar un experimento que consista en administrar distintas dosis de N al suelo en forma creciente y medir el rendimiento de la (o las) plantas que reciban el respectivo tratamiento.

Antes del desarrollo del diseño experimental moderno, esto es, antes de que Fisher introdujera el principio de aleatorización en la asignación de tratamientos a las parcelas experimentales, un ordenamiento sistemático de los tratamientos en cada replicación parecía muy natural. Uno de los tipos más comunes de arreglo sistemático es aquel en el cual el ordenamiento de los tratamientos es exactamente el mismo en cualquiera de las replicaciones, como se aprecia en la gráfica.

Replicación 1				Replicación 2				Replicación 3			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D

Muchos otros diseños sistemáticos han sido desarrollados; sin embargo, todos presentan relativamente las mismas desventajas con respecto a los diseños aleatorios, y son:

1. Las diferencias detectadas entre tratamientos pueden contener un error sistemático debido a la correlación entre parcelas adyacentes.
2. No son eficientes cuando el área experimental es muy heterogénea pues no permiten un estimativo válido de la varianza.

Las ventajas son:

1. Simplicidad
2. Permiten un ordenamiento de los tratamientos. Por ejemplo, las variedades pueden ordenarse según su madurez, los fertilizantes en orden de su eficacia, etc.
3. La respuesta al tratamiento se puede apreciar en forma continua.

Como ejemplo de algunos diseños sistemáticos, mencionaremos los utilizados para experimentación en yuca en el CIAT:

1. Superficies de respuesta
2. Diseño abanico
3. Diseño en surcos paralelos.

4.4.1. Superficie de Respuesta:

Cuando se desea estudiar el efecto de uno o más factores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ que representan variables continuas, como tiempo, cantidad de nitrógeno, temperatura, etc. es natural pensar en los rendimientos, o respuesta y , como una función de los niveles de estas variables. Esto es:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) + \epsilon$$

donde ϵ representa el error experimental.

La función f se denomina "superficie de respuesta".

El conocimiento de f da un resumen completo de los resultados del experimento y permite predecir las respuestas para una combinación de valores de los factores x_i .

Ejemplo: "Efecto de N y K sobre el rendimiento de la planta de yuca": Se desea medir el efecto de 16 niveles de nitrógeno: 0,20,40,60,80,...,300 gr/planta y 16 niveles de potasio: 0,20,40,60,...,300 gr/planta sobre el rendimiento de una variedad de yuca (medida en peso fresco de raíces). Las observaciones se hacen sobre plantas individuales.

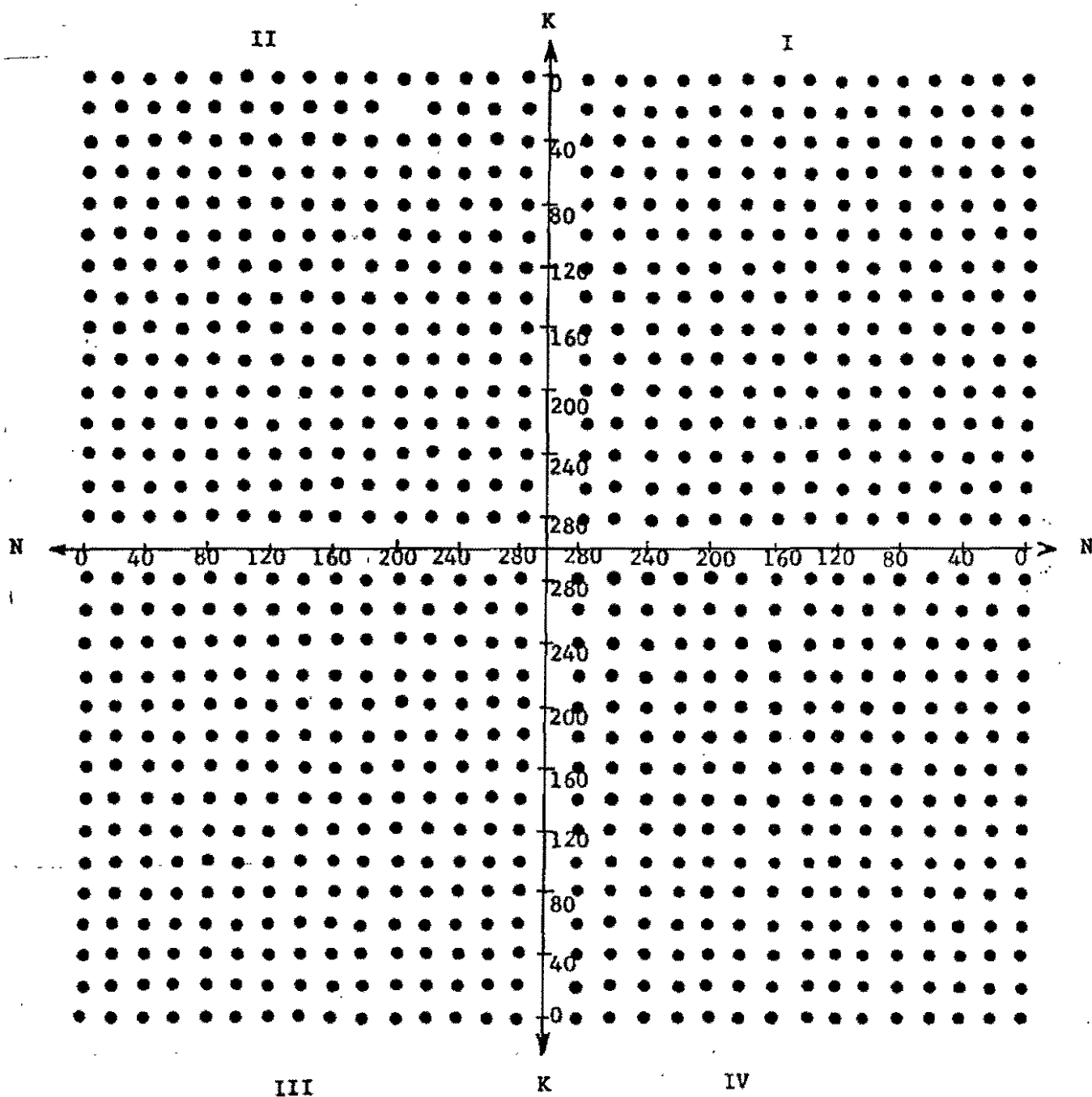
Se sembraron las plantas a una distancia de 80cm. y se aplicaron los niveles de N y K en la forma que muestra la gráfica, de tal manera que cada planta estuviera expuesta a una determinada combinación de NxK. Cada cuadrante corresponde a una replicación. El número de tratamientos por replicación, que corresponde al número de plantas, es de $16 \times 16 = 256$.

La respuesta de la yuca al N y al K se puede expresar mediante la siguiente superficie de respuesta:

$$Y_{ij} = a_0 + a_1 N_i + a_2 K_j + a_3 N_i K_j + a_4 N_i^2 + a_5 K_j^2 + \epsilon_{ij}$$

- error experimental
- efecto cuadrático de K
- efecto cuadrático de N
- efecto de la interacción N x K
- efecto lineal de k
- efecto lineal de N
- efecto medio
- Rendimiento de la planta con nivel i de N y nivel j de K.

Diseño sistemático N x K en yuca en 4 replicaciones



Cada cuadrante representa una replicación completa del diseño con 256 plantas por replicación. Cada punto es una planta individual y recibe una de las 256 combinaciones de Nitrógeno por Potasio.

que mide el efecto tanto lineal como cuadrático de N y de K y el de la interacción N x K y corresponde a un modelo de regresión cuadrática.

4.4.2. Diseños en Abanico y Surcos Paralelos:^{1/}

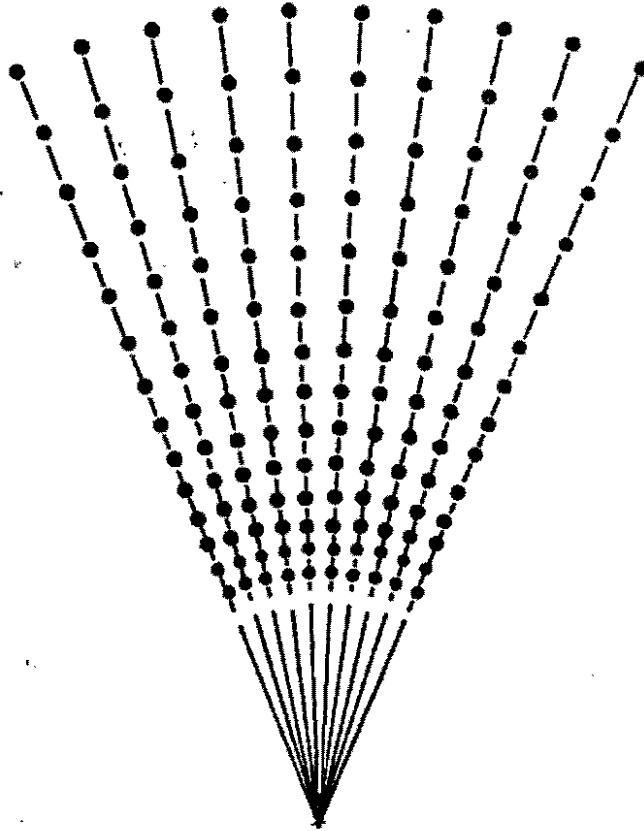
Estos dos diseños se usan básicamente para medir el rendimiento de distintas variedades bajo un amplio rango de densidades de población. El número de plantas por unidad de área varía sistemáticamente de una parcela a otra, pero el arreglo de las plantas se mantiene constante. Cualquier rango de densidades puede ser probado.

En las gráficas que aparecen a continuación se puede apreciar la disposición de las plantas en el campo bajo el diseño en abanico y de surcos paralelos respectivamente, para una sola variedad.

^{1/}
Bleasdale, J. K. A., "Systematic designs for spacing experiments". Experimental Agriculture. Agosto 12 de 1966.

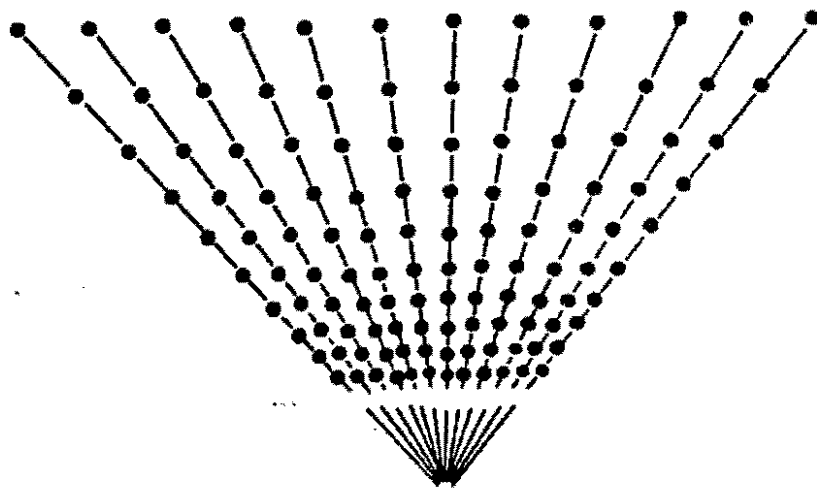
Disposición de las plantas en un diseño de abanico para probar 14

densidades



Disposición de las plantas en un diseño de surcos paralelos para probar

10 densidades



En el diseño de abanico, las plantas se siembran en filas que irradian de un punto central, de tal manera que la distancia entre plantas a lo largo de un radio sea aproximadamente igual a la distancia entre los radios, en ese punto; cada arco corresponde a un distinto nivel de densidad de población. Cuando se desea probar más de una variedad se repite este arreglo en otra sección circular, manteniendo entre dos variedades contiguas "plantas de borde" o un espaciamento adecuado a lo largo de los radios laterales.

Para medir la respuesta del rendimiento a las distintas densidades de población, se puede ajustar una función,

$$R_{ij} = f(D_j)$$

D_j - nivel j -ésimo de densidad

R_{ij} - rendimiento de la i -ésima planta sembrada bajo densidad j

que puede ser, o no, lineal y encontrar cuál es la densidad que produce el máximo rendimiento.

En el diseño de surcos Paralelos, cada fila corresponde a un distinto nivel de densidad de población. El número de plantas por fila se mantiene constante, pero la distancia entre filas varía de forma sistemática.

La forma de análisis es similar a la utilizada en el caso del diseño de abanico.



BIBLIOGRAFIA

1. Cochran, William G. y Cox, Gertrude M. Diseños Experimentales. Editorial F. Trillas, México, 1974.
2. Ching Chun Li. Introducción a la Estadística Experimental. Ediciones Omega S.A., Barcelona
3. Davies, Owen L. (editor). The Design and Analysis of Industrial Experiments. Segunda edición, Oliver and Boyd, London y Hafner Publishing Co., New York, 1967.
4. Draper, Norman y Smith, Harvey. Applied Regression Analysis John Wiley and Sons, New York, 1966.
5. Federer, W.T. Experimental Design. Macmillan, New York, 1955.
6. Kempthorne, Oscar. The Design and Analysis of Experiments. R.E. Krieger Publishing Co., Huntington, N.Y., 1973.
7. Snedecor, G.W. Métodos Estadísticos Aplicados a la Investigación Agrícola y Biológica. Compañía Editorial Continental, México.
8. Steel, Robert G.D. y Torrie, James H. Principles and Procedures of Statistics. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1960.

